F 1503/4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XX (XXIV)

Fasc. 1–2

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1974

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XX (XXIV)

Fasc. 1 – 2

SECŢIA IV **MECANICĂ TEHNICĂ**

1974

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU,
prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar),
conf. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

IV. MECANICĂ TEHNICĂ

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

Prof. dr. doc. T. FĂRCAȘ
Prof. ing. G. D'ALBON
Conf. ing. CR. LINDE

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Conf. dr. ing. ALFRED BRAIER (secretar de redacție)
Șef de lucrări ing. I. CONDREA (secretar de redacție adjunct)
Ing. ANETA BRAIER (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XX (XXIV), fasc. 1—2 1974

Secţia IV

MECANICĂ TEHNICĂ

SUMAR

Pag.

ALFRED BRAIER, Observaţii asupra repartiţiei acceleraţiilor în mişcarea rigidului (franc., rez. rom.) 9

RAYMOND CHALÉAT (Franţa), Asupra torsiunii unui cilindru cu secţiunea în formă de sector circular (franc., rez. rom.) 15

LIVIU T. HOSTIUC, Unghiul de portanţă dinamic la rulmenţii radiali cu mişcare oscilantă (rom., rez. franc.) 25

JAN SÝKORA (Cehoslovacia), Mărirea rezistenţei şuruburilor după prelucrarea la rece prin metoda dublei presiuni la şoc (germ., rez. rom.) 31

GÉRARD D'ALBON, VALERIU CERNESCU, EMIL JUGUREANU, MAIER PERLMAN şi D. COSTIN, Studii asupra radiatoarelor cu lichid intermediar, cu elemenţi de sticlă (rom., rez. franc.) 39

SORIN SOPA, Instalaţie experimentală pentru studiul întîrzierii la autoaprindere în motoarele Diesel (rom., rez. engl.) 45

AURELIAN SIMIONESCU, AL. BÎRJOIANU, EMIL LĂZĂRESCU şi CONDRAT-ADRIAN HOMUTESCU, Influenţa aerului introdus în circuitul de alimentare asupra consumului de combustibil la motorul D—103 (rusă, rez. rom.) 53

DAN URSESCU şi VICTOR ZUBCU, Cercetări asupra modelării prin similitudine a camerelor de ardere pentru turbinele cu gaze funcţionînd cu combustibil gazos (III) (franc., rez. rom.) 59

VITALIE BELOUS, N. GOJINEŢCHI, N. GHERGHEL, HOREA BOTEZAN şi P. TARAŞI, Cercetări comparative asupra durabilităţii şi dinamicii aşchierii cu burghie ascuţite după procedeul „Elbitor", în raport cu cele ascuţite după procedeul convenţional conic (rom., rez. franc.) 67

Pag.

MIRCEA COZMÎNCĂ, Deformația metalului prin așchiere în comparație cu mărimea deformațiilor la întindere și compresie (rom., rez. franc.) . . . 75

I. CONDREA, VITALIE BELOUS și MIRCEA COZMÎNCĂ, Studiul geometriei constructive și funcționale a burghielor elicoidale (rom., rez. franc.) . . 83

O. V. PRUTEANU, Influența parametrilor regimului de așchiere asupra uzurii discurilor abrazive la rectificarea plană (engl. rez. rom.) 89

N. GOJINEȚCHI, N. GHERGHEL și N. PARASCHIVESCU, Unele aspecte privind comportarea în funcționare a dornurilor cu hidroplast (rom., rez. franc.) 99

D. ZETU și GH. LUNGU, Elaborarea și experimentarea unui excitator de vibrații electromagnetic (rom., rez. franc.) 103

COSTACHE DRUȚU și SILVIA DRUȚU, Aspecte ale evoluției oscilațiilor forțate și ondulațiilor pe suprafața prelucrată în sistemul cu reacții întîrziate la rectificarea cilindrică. (II) Modificări ale oscilațiilor forțate (rom., rez. rusă) 109

M. NICULAE, Calculul elementelor operaționale ale procesului de fabricație a loturilor de piese diferite în condițiile executării unor operații la două sau mai multe mașini (I) (franc., rez. rom.) 115

AUREL RĂILEANU și EMIL UNCHEȘEL, Determinarea parametrilor forței principale de așchiere în procesul de strunjire longitudinală a materialelor românești standardizate, grupa fontă cenușie, turnată în piese, STAS nr. 568—61 (rom., rez. franc.) 125

RECENZII 131

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО НСТИТУТА
Tomul XX (XXIV), Fasc. 1–2 1974

Section IV

MECHANICAL ENGINEERING

CONTENTS

Pp.

ALFRED BRAIER, Remarks about the Distribution of Accelerations in a Rigid Body (French, Romanian summary) 9

RAYMOND CHALÉAT (France), Compléments à la torsion d'un cylindre dont la section est un secteur circulaire (French, Romanian summary). . . . 15

LIVIU T. HOSTIUC, L'angle de portance dynamique aux roulements radiaux à mouvement oscillant (Romanian, French summary) 25

JAN SÝKORA (Czechoslovakia), Die Verfestigung durch Kaltverformung nach der Doppelschlagpressungmetode erzeugter Schrauben (German, Romanian summary) 31

GÉRARD D'ALBON, VALERIU CERNESCU, EMIL JUGUREANU, MAIER PERLMAN et D. COSTIN, Études sur les radiateurs à fluide intermédiaire avec des éléments en verre (Romanian, French summary) 39

SORIN SOPA, Experimental Unit For the Study of Self Ignition Delay in Diesel Engines (Romanian, English summary). 45

AURELIAN SIMIONESCU, AL. BÎRJOIANU, EMIL LĂZĂRESCU and CONDRAT-ADRIAN HOMUTESCU, Influence of Air Introduced Into the Feeding Circuit on Feul Consumption for D 103 Engines (Russian, Romanian summary) 53

DAN URSESCU et VICTOR ZUBCU, Recherches sur le modelage par similitude des chambres de combustion pour les turbines à gaz fonctionnant à combustible gazeux. (III) Expériences (French, Romanian summary) 59

VITALIE BELOUS, N. GOJINEȚCHI, N. GHERGHEL, HOREA BOTEZAN et P. TARAȘI, Recherches comparatives sur la durabilité et la dynamique de la coupe à l'aide des tarières tranchées par la procédé „Elbitor" en rapport aux tarières tranchées par le procédé conventionnel conique (Romanian, French summary) 67

Pp.

MIRCEA COZMÎNCA, La déformation du métal dans le processus de coupe par comparaison avec la grandeur des déformations à l'extension et à la compression (Romanian, French summary) 75

I. CONDREA, VITALIE BELOUS et MIRCEA COZMÎNCÁ, Étude de la géometrie constructive et fonctionnele du forêt hélicoïdal (Romanian, French summary) 83

O. V. PRUTEANU, The Influence of Cutting Parameters on the Wheel Wear and Leading Edge Angle in Surface Grinding (English, Romanian summary) 89

N. GOJINEȚCHI, N. GHERGHEL et N. PARASCHIVESCU, Quelques aspects concernant un phénomène transitoire dans le fonctionnement des cylindres pneumatiques employés dans la mise en mouvement des dispositifs de serrement (Romanian, French summary) 99

D. ZETU et GH. LUNGU, Élaboration et expérimentation d'un excitateur de vibrations éléctromagnétique (Romanian, French summary) 103

COSTACHE DRUȚU et SILVIA DRUȚU, Des aspects concernant l'évolution des oscillations forcées et les ondulations sur la surfaces usinée dans le système à réaction retardée dans le processus de rectification cylindrique (II) (Romanian, Russian summary) 109

M. NICULAE, Le calcul des éléments opérationnels du processus d'usinage des lots de pièces différentes dans les conditions de l'exécution de certaines opérations avec deux ou plusieurs machines (I) (French, Romanian summary) 115

AUREL RĂILEANU et EMIL UNCHEȘEL, Détermination des paramètres des forces de coupe des fontes grises roumaines (moulées en pièces) soumises au tournage longitudinal (Romanian, French summary) 125

BOOK REVIEWS 131

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XX (XXIV), вып. 1—2 1974

Секция IV

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

АЛФРЕД БРАИЕР, Замечания об расспределении ускорений в движения твердого тела (франц., рез. рум.) 9

РЭИМОНД ЩАЛЕА (Франция), О кручении цилиндра с сечением в виде кругового сектора (франц., рез. рум.) 15

ЛИВЮ Т. ХОСЮК, Несущии динамическии угол радиальных подшипников с качающимся движением (рум., рез. франц.) 25

ЯН СЫКОРА (Чехословакия), Укрепление винтов холодной обработкой методом ударного двоиного сжатия (нем., рез. рум.) 31

ДЖЕРАРД Д'АЛБОН, ВАЛЕРЮ ЧЕРНЕСКУ, ЕМИЛ ЖУГУРЯНУ, МАИЕР ПЕРЛМАН и Д. КОСТИН, Исследование радиаторов с премежуточной жидкостью с стекляноми элементами (рум., рез. франц.,) 39

СОРИН СОПА, Экспериментальная установка для исследования самовоспламенения в Дизеле (рум., рез. англ.) 45

АУРЕЛИАН СИМИОНЕСКУ, АЛ. БЫРЖОЯНУ, ЭМИЛ ЛЭЗЭРЕСКУ и КОНДРАТ-АДРИАН ХОМУТЕСКУ, Влияние воздуха введеного в топливную систему на расход топлива дизельного двигателя Д-103 (русск., рез. рум.) 53

ДАН УРСЕСКУ, ВИКТОР ЗУБКУ, Испытания, применяя теорию подобия, моделирования камер сгорания газовых турбин работающих на газовом топливе (III) (франц., рез. рум.) 59

ВИТАЛИЕ БЕЛОУС, Н. ГОЖИНЕЦКИ, Н. ГЕРГЕЛ, ХОРЯ БОТЕЗАН и П. ТАРАШИ, Исследование износостойкости и динамики резания при сверлении сверлами оттаченными способом „Элбитор" (рум., рез. франц.) 67

МИРЧЯ КОЗМЫНКЭ, Пластическая деформация металлов при резании в сравнении величиный деформации при растяжении и сжатии (рум., рез. франц.) 75

И. КОНДРЯ, ВИТАЛИЕ БЕЛОУС и МИРЧЯ КОЗМЫНКЭ, Исследование конструктивной и функциональной геометрии спирального сверла (рум., рез. франц) 83

О. В. ПРУТЯНУ, Влияние параметров режима резания на износ шлифовальных кругов при плоскостном шлифовании (англ., рез. рум.) 89

Н. ГОЖИНЕЦКИ, Н. ГЕРГЕЛ, Н. ПАРАСКИВЕСКУ, Некоторые аспекты о поведенью в разработке хидропластных пробойников (рум., рез. франц.) 99

Д. ЗЕТУ и Г. ЛУНГУ, Разработка и экспериментирование электромагнитного вибратора (рум., рез. франц.) 103

КОСТАКЕ ДРУЦУ и СИЛВЯ ДРУЦУ, Виды развития вынужденных колебании и волнистости обработнои поверхности в системе сзапаздывающих обратных связей при круглошлифовании (II) (рум., рез. русск.) 109

М. НИКУЛАЕ, Рассчет операционных элементов фабричного процесса партии разных деталей в условиях производства некоторых операции на двух или более машин (I) (франц., рез. рум.). 115

АУРЕЛ РЭЙЛЯНУ и ЭМИЛ УНКЕШЕЛ, Определение технических характеристик сил резания в процессе токарной продольной обработки румынских серых чугунов (STAS 568 — 61), литы в деталях (рум., рез. франц.) 125

РЕЦЕНЗИИ 131

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.D. 531.133.1

REMARQUES CONCERNANT LA DISTRIBUTION DES ACCÉLÉRATIONS DANS LE MOUVEMENT DU SOLIDE RIGIDE

PAR

ALFRED BRAIER

1. Dans chaque mouvement général d'un solide rigide $(\mathcal{C})$, l'accélération d'un point $P \in (\mathcal{C})$ a l'expression bien connue

$$\bar{a} = \bar{a}_\Omega + \bar{\varepsilon} \times \bar{r}' + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}'), \tag{1}$$

où $\bar{a}_\Omega$ représente l'accélération du point Ω (désigné comme pôle), $\bar{\omega}$ est la vitesse angulaire instantanée, $\bar{\varepsilon}$ — l'accélération angulaire instantanée et $\bar{r}'$ — le vecteur de position du point p par rapport à Ω ($\bar{r}' = \overrightarrow{\Omega P}$).

L'accélération $\bar{a}_\Omega$ est déterminée par les lois du mouvement de translation, tandis que $\bar{\omega}$ s'exprime d'une manière bien connue à l'aide des angles d'Euler.

Soit la projection de l'accélération (1) sur la direction de la vitesse angulaire instantanée :

$$\bar{a} \cdot \bar{\omega} = \bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega} + \bar{r}' \cdot (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}), \tag{2}$$

où on a tenu compte que $\bar{\omega} \cdot (\bar{\varepsilon} \times \bar{r}') = \bar{r}' \cdot (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})$.

À un instant arbitraire, les directions des vecteurs $\bar{\varepsilon}$ et $\bar{\omega}$ sont différentes. Il est possible que dans certains moments particuliers, les directions de $\bar{\varepsilon}$ et $\bar{\omega}$ coïncident, mais leur coïncidence permanente (direction $\dot{\bar{\omega}} \equiv$ direction $\bar{\omega}$) signifie que la direction de $\bar{\omega}$ reste fixe dans l'espace et le mouvement se résume donc à un mouvement particulier.

2. Soit un moment quand $\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon} \neq 0$. Alors, le terme $\bar{r}'(\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})$ qui intervient dans (2) s'annule si les trois vecteurs sont contenus dans un même plan, c'est-à-dire si les points Ω et P appartiennent à un plan [II], parallèle aux directions de $\bar{\omega}$ et de $\bar{\varepsilon}$.

Ainsi, en chaque moment quand $\bar{\omega}$ et $\bar{\varepsilon}$ ont des directions différentes, tous les points du solide rigide appartenant à un certain plan parallèle aux vecteurs $\bar{\omega}$ et $\bar{\varepsilon}$, sont caractérisés par l'égalité de la projection de leurs accélérations sur la direction de la vitesse angulaire. Donc, la projection de l'accélération d'un point P du solide rigide, sur la direction de la vitesse angulaire, n'est pas une caractéristique propre à ce point, mais à l'ensemble de tous les points du rigide, contenus dans le plan unique qui passe par P et est parallèle aux directions (supposées distinctes) des vecteurs $\bar{\omega}$ et $\bar{\varepsilon}$.

En particulier, les points pour lesquels les accélérations sont perpendiculaires à $\bar{\omega}$, se trouvent donc dans un plan qui résulte de (2), en imposant la condition $\bar{a} \cdot \bar{\omega} = 0$. À fin de résoudre l'équation

$$\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega} + \bar{r}' \cdot (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}) = 0, \tag{3}$$

on écrit

$$\bar{r}' = \lambda\bar{\omega} + \mu\bar{\varepsilon} + \nu\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}, \tag{4}$$

avec $\lambda, \mu, \nu \in \mathcal{R}$ qu'on doit déterminer. Un calcul direct donne $\bar{r}' \cdot (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}) = \nu \mid \bar{\omega} \times \bar{\varepsilon} \mid^2$, d'où

$$\nu = -\frac{\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega}}{\mid \bar{\omega} \times \bar{\varepsilon} \mid^2}. \tag{5}$$

L'équation

$$\bar{r}' = \bar{r}'_H + \lambda\bar{\omega} + \mu\bar{\varepsilon}, \quad \text{avec} \quad \bar{r}'_H = -\frac{\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega}}{\mid \bar{\omega} \times \bar{\varepsilon} \mid^2}, \tag{6}$$

prouve qu'il y a un plan unique $[\mathcal{P}]$, lieu des points qu'ont les accélérations perpendiculaires à la direction de $\bar{\omega}$. Par H on a désigné le point d'intersection avec le plan $[\mathcal{P}]$, de la perpendiculaire au plan menée par le pôle Ω.

L'expressoin de l'accélération d'un point appartenant au plan $[\mathcal{P}]$ s'obtient en introduisant (6_1) dans (1). Il en résulte d'abord

$$\bar{a}_{[\mathcal{P}]} = \bar{a}_H - \lambda\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon} + \mu\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}),$$

où $\bar{a}_H = \bar{a}_\Omega + \bar{\varepsilon} \times \bar{r}'_H + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}'_H)$. Tenant compte de (6_2) on obtient

$$\bar{a}_{[\mathcal{P}]} = \bar{a}_\Omega - \frac{\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega}}{\mid \bar{\omega} \times \bar{\varepsilon} \mid^2} [\bar{\varepsilon} \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}) - \bar{\omega}^2 (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})] - \lambda\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon} + \mu\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}). \tag{7}$$

La présence de deux paramètres λ et μ dans le résultat (7), permet de sélecter des sousensembles de points contenus dans $[\mathcal{P}]$ qui présentent des propriétés supplémentaires à l'égard des accélérations.

3. Soit, par exemple, les points du plan $[\mathcal{P}]$ ayant les accélérations perpendiculaires sur le plan même (donc toutes parallèles au vecteur $\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}$). Mais comme les accélérations $\bar{a}_{[\mathcal{P}]}$ sont déjà perpendiculaires à $\bar{\omega}$, il reste encore à imposer que $\bar{a}_{[\mathcal{P}]} \cdot \bar{\varepsilon} = 0$. La condition $\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\varepsilon} + \mu\bar{\varepsilon} \cdot [\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})] = 0$ conduit immédiatement à

$$\mu = \frac{\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\varepsilon}}{|\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}|^2}, \tag{8}$$

parce que $\bar{\varepsilon} \cdot [\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})] = (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})(\bar{\varepsilon} \times \bar{\omega}) = -|\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}|^2$. Avec μ déterminé, l'accélération (6) devient

$$\bar{r}'_{[\mathcal{D}]} = \bar{r}'_K + \lambda\bar{\omega}, \tag{9}$$

où

$$\bar{r}'_K = \frac{1}{|\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}|^2} [(\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\varepsilon})\bar{\varepsilon} - (\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega})(\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})] \tag{10}$$

représente le vecteur de position d'un point $\boldsymbol{K} \in [\mathcal{P}]$.

L'équation (9) prouve qu'en chaque moment quand $\bar{\omega}$ et $\bar{\varepsilon}$ ont des directions différentes, le lieu des points qu'ont les accélérations perpendiculaires simultanément aux vecteurs $\bar{\omega}$ et $\bar{\varepsilon}$ est un certain droite $(\mathcal{D})$ du plan $[\mathcal{P}]$, droite parallèle à la direction de la vitesse angulaire.

Les accélérations des points de $(\mathcal{D})$ s'obtiennent en introduisant l'expression (8) de μ dans (7). Il en résulte d'abord

$$\bar{a}_{[\mathcal{D}]} = \bar{a}_\Omega + \frac{1}{|\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}|^2} \{(\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\varepsilon})[\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})] - (\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega})[\bar{\varepsilon} \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})]\} + \frac{(\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega})\bar{\omega}^2 - \lambda|\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}|^2}{|\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}|^2} (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}).$$

Mais

$$(\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\varepsilon})[\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})] - (\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega})[\bar{\varepsilon} \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})] =$$

$$= [(\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\varepsilon})\bar{\omega} - (\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega})\bar{\varepsilon}] \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}) = [\bar{a}_\Omega \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})] \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}) =$$

$$= (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})[\bar{a}_\Omega \cdot (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}) - \bar{a}_\Omega |\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}|^2],$$

d'où

$$\bar{a}_{[\mathcal{D}]} = \frac{\bar{a}_\Omega \cdot (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}) + (\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega})\bar{\omega}^2 - \lambda|\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}|^2}{|\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}|^2} (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}). \tag{11}$$

On voit que les intensités des accélérations des points de la droite $(\mathcal{D})$ sont fonctions linéaires de λ, respectivement de la position de ces points sur la droite.

4. Le numérateur de l'expression (11) prove qu'il y a une valeur unique de λ, pour laquelle l'accélération devient égale à zero, a savoir

$$\lambda = \frac{\bar{a}_\Omega \cdot (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}) + (\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega})\,\bar{\omega}^2}{|\,\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}\,|^2}. \tag{12}$$

Elle corresponde au point, qu'on va désigner par G, connu comme pôle des accélérations ($\bar{a}_G = 0$). L'expression (12) de λ introduite dans l'équation (9) de la droite $(\mathcal{D})$, conduit à

$$\bar{r}'_G = \frac{-(\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega})(\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}) + (\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\varepsilon})\,\bar{\varepsilon} + [\bar{a}_\Omega \cdot (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}) + (\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega})\bar{\omega}^2]\,\bar{\omega}}{|\,\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}\,|^2}.$$

En remarquant que

$$[\bar{a}_\Omega \cdot (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})]\,\bar{\omega} - (\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega})(\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}) = \bar{a}_\Omega \times [\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})],$$

on obtient finalement

$$\bar{r}'_G = \frac{(\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega})\,\bar{\omega}^2\,\bar{\omega} + (\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\varepsilon})\,\bar{\varepsilon} + \bar{a}_\Omega \times [\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})]}{|\,\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}\,|^2}. \tag{13}$$

Couramment, le vecteur de position (13) se déduit en imposant dans (1) la condition $\bar{a}_G = 0$ et en déterminant ensuite $\bar{r}'_G$ sous la forme (4), ce qui suppose la décomposition au préalable de l'accélération $\bar{a}_\Omega$ selon les directions de $\bar{\omega}$, $\bar{\varepsilon}$ et $\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}$.

Utilisant l'existence du point G, on peut écrire encore une fois l'équation du plan $[\mathcal{P}]$ sous la forme

$$\bar{r}'_{[\mathcal{P}]} = \bar{r}'_G + \lambda^\star \bar{\omega} + \mu^\star \bar{\varepsilon} \tag{14}$$

qu'on introduit dans (1) pour obtenir

$$\bar{a}_{[\mathcal{P}]} = -\lambda^\star \bar{\omega} \times \bar{\varepsilon} + \mu^\star \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}). \tag{15}$$

Les accélérations perpendiculaires au plan $[\mathcal{P}]$, c'est-à-dire parallèles à $\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}$, correspondent à $\mu^\star = 0$, donc aux points de la droite $\bar{r}' = \bar{r}'_G + \lambda^\star \bar{\omega}$, désignée au paravant par $(\mathcal{D})$ et qui est parallèle à la vitesse angulaire $\bar{\omega}$.

Les points de $[\mathcal{P}]$ ayant les accélérations contenues dans ce même plan, en particulier parallèles à $\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon})$, correspondent à $\lambda^\star = 0$. Ils se trouvent sur la dorite (Δ)

$$\bar{r}'_{(\Delta)} = \bar{r}'_G + \mu^\star \bar{\varepsilon}, \tag{16}$$

parallèle à la direction de l'accélération angulaire $\bar{\varepsilon}$.

5. Dans les moments quand $\bar{\omega}$ prends la même direction que $\bar{\varepsilon}$, la relation (2) montre que

$$\text{si} \quad \bar{\omega} \times \bar{\varepsilon} = 0, \qquad \bar{a} \cdot \bar{\omega} = \bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega}, \tag{17}$$

donc $\bar{a} \cdot \bar{\omega}$ devient un invariant de la distribution des accélérations. Cette quantité a la même forme et la même signification comme l'invariant bien connu de la distribution des vitesses (qui cependant existe dans chaque instant pendant tout le mouvement du rigide).

Alors, dans les moments quand (17) a lieu, il y a un axe des accélérations minimes ($\Delta^\star$), droite parallèle aux directions confondues pour le moment, des vecteurs $\bar{\omega}$ et $\bar{\varepsilon}$, qu'on peut écrire $\bar{\varepsilon} = \alpha\bar{\omega}$. L'équation de cette droite s'obtient en utilisant le procédé usuel dans l'étude des vitesses. À savoir,

$$\bar{a}_{\min} = \bar{a}_\Omega + \alpha\bar{\omega} \times \bar{r}' + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}').$$

Mais $\bar{a}_{\min} \parallel \bar{\omega}$, donc $\bar{\omega} \times \bar{a}_{\min} = 0$ et alors, après des opérations simples

$$0 = \bar{\omega} \times \bar{a}_\Omega + \alpha\bar{\omega}\,(\bar{\omega} \cdot \bar{r}') - \alpha\bar{\omega}^2\,\bar{r}' - \bar{\omega}^2\bar{\omega} \times \bar{r}'. \tag{18}$$

On peut choisir un point $R \in (\Delta^\star)$ de manière que $\bar{\omega} \cdot \bar{r}'_R = 0$. L'équation qui donne $\bar{r}'_R$ est

$$\bar{\omega} \times \bar{a}_\Omega - \alpha\bar{\omega}^2\,\bar{r}'_R - \bar{\omega}^2\bar{\omega} \times \bar{r}'_R = 0. \tag{19}$$

Elle peut être résolue si l'on multiplie d'abord vectoriellement à gauche par $\bar{\omega}$, puis avec $-\alpha$ et on additionne les résultats. Il vient que

$$\bar{r}'_R = \frac{(\alpha\bar{\omega} \times \bar{a}_\Omega) - \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{a}_\Omega)}{\alpha^2\omega^2 + \omega^4},$$

ou

$$\bar{r}'_R = \frac{\bar{\varepsilon} \times \bar{a}_\Omega - \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{a}_\Omega)}{\varepsilon^2 + \omega^4}, \qquad (\bar{\varepsilon} = \alpha\bar{\omega}). \tag{20}$$

L'équation de l'axe des accélérations minimes est donc

$$\bar{r}'_{(\Delta^*)} = \bar{r}'_R + \mu^\star\bar{\omega}. \tag{21}$$

En particulier, si dans un de ces moments $\bar{a}_\Omega$ est en plus perpendiculaire à $\bar{\omega}$ ($\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega} = 0$), alors l'accélération minime devient zéro et la droite c'est l'axe des pôles des accélérations correspondant au moment considéré. L'expression (20) se réduit à

$$\bar{r}'_R = \frac{\bar{\varepsilon} \times \bar{a}_\Omega + \omega^2\bar{a}_\Omega}{\varepsilon^2 + \omega^4}, \qquad (\bar{\varepsilon} = \alpha\bar{\omega}). \tag{22}$$

Reçue le 31 janvier 1974

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mécanique théorique

OBSERVAȚII ASUPRA REPARTIȚIEI ACCELERAȚIILOR ÎN MIȘCAREA RIGIDULUI

(Rezumat)

În mișcarea rigidului, în fiecare moment în care viteza unghiulară instantanee $\bar{\omega}$ și accelerația unghiulară instantanee $\bar{\varepsilon}$ au direcții diferite, punctele situate într-un plan paralel cu direcțiile lui $\bar{\omega}$ și $\bar{\varepsilon}$ au proiecțiile pe direcția lui $\bar{\omega}$, respectiv egale. Există un plan unic $[\mathcal{P}]$, normal pe $\bar{\omega} \times \bar{\varepsilon}$, loc al punctelor în care accelerațiile sînt perpendiculare pe $\bar{\omega}$. Planul conține o dreaptă $(\mathcal{D})$, loc al punctelor în care accelerațiile sînt normale pe plan. Pe dreapta $(\mathcal{D})$ se află un punct și numai unul G, a cărui accelerație este nulă (cunoscutul pol al accelerațiilor). Punctele care au accelerațiile conținute în planul $[\mathcal{P}]$ se găsesc pe dreapta paralelă cu $\bar{\varepsilon}$, ce trece prin G.

În eventualele momente cînd vectorii $\bar{\omega}$ și $\bar{\varepsilon}$ sînt coliniari, $\bar{a}_\Omega \cdot \bar{\omega}$ este invariant al repartiției accelerațiilor; accelerațiile minime se înregistrează în punctele unei drepte paralele cu $\bar{\omega}$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.D. 539.385

COMPLÉMENTS À LA TORSION D'UN CYLINDRE DONT LA SECTION EST UN SECTEUR CIRCULAIRE

PAR

RAYMOND CHALÉAT

0. Introduction

Le problème de la torsion d'un cylindre dont la section droite est un secteur circulaire a été résolu par Barré de Saint-Venant en 1878 [1]. Il a été repris par différents auteurs dont A. N. Dinnik qui a exprimé la solution à l'aide des fonctions de Bessel. Ce qui suit n'a d'autre but que de compléter ces résultats classiques [2] en vue de leur application pratique éventuelle par de nombreuses valeurs numériques du moment d'inertie à la torsion, par une étude détaillée de la distribution des contraintes et de donner aussi bien pour le moment d'inertie que pour les contraintes des expressions simples qui, pour certaines valeurs particulières de l'angle au centre, évitent les sommations. Enfin différentes formules numériques sont proposées, elles permettent de s'affranchir de l'interpolation entre les valeurs précédemment calculées.

1. Moment d'inertie à la torsion

La fonction de tension est :

$$\Phi(r,\ \theta) = G(r,\ \theta) - \frac{r^2}{2}, \tag{1.1}$$

avec :

$$G(r,\ \theta) = \frac{1}{2}\left\{ r^2 \frac{\cos 2\theta}{\cos 2\alpha} + \right.$$

(1.2)

$$\left. + \frac{64}{\pi^3} R^2\alpha^2 \sum_{n=1,3\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{\left(n - \frac{4\alpha}{\pi}\right) n \left(n + \frac{4\alpha}{\pi}\right)} \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{n\pi}{2\alpha}} \cos n \frac{\pi}{2} \frac{\theta}{\alpha} \right\},$$

(n impair)

où r et θ sont les coordonées polaires d'un point M de la section doite R le rayon du contour Γ et 2α l'angle au centre du secteur (fig. 1).

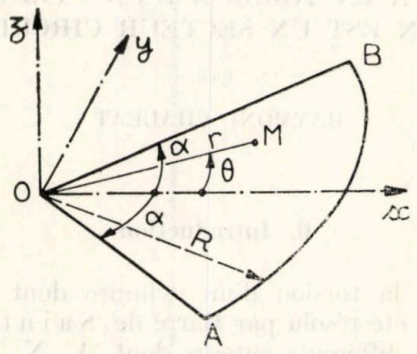


Fig. 1

Le moment d'inertie à la torsion est :

$$I = R^4 J(\alpha); \quad J(\alpha) = \frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{4} - \frac{\alpha}{2} -$$

(1.3)

$$- \left(\frac{2}{\pi}\right)^5 (2\alpha)^4 \sum_{n=1,3\ldots}^{\infty} \frac{1}{\left(n - \frac{4\alpha}{\pi}\right) n^2 \left(n + \frac{4\alpha}{\pi}\right)^2}.$$

Pour $\alpha = \frac{\pi}{4}$; dans $J\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $\operatorname{tg} 2\alpha = \infty$ trandis que le premier terme de la somme est également infiniment grand ; en levant l'indétermination il vient :

$$J\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{2\pi} - \frac{\pi}{8} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=3,5\ldots}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n^2(n+1)^2}.$$

Pour $\alpha = \frac{3\pi}{4}$, $J(\alpha)$ se présente sous la forme $\infty - \infty$, on obtient aisément :

$$J\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{2\pi} - \frac{3\pi}{8} - \frac{162}{\pi} \sum_{n=1,5,\ldots}^{\infty} \frac{1}{(n-3)n^2(n+3)^2} \quad (n \neq 3 \text{ dans la sommation}).$$

Pour des valeurs particulières de α on peut dans (1.3) sommer la série et obtenir ainsi les expressions suivantes :

$$J\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{3\pi}{16} + \frac{\log 2}{\pi} - \frac{1}{2} - \frac{G}{\pi}; \qquad J\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{2}{\pi}\log 2;$$

$$J\left(\frac{3\pi}{8}\right) = \frac{9\pi}{16} + \frac{\log 2}{\pi} + \frac{1}{2} + \frac{3G}{\pi} - \frac{10}{\pi}; \qquad J\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi};$$

$$J\left(\frac{5\pi}{8}\right) = \frac{15\pi}{16} + \frac{\log 2}{\pi} - \frac{1}{2} - \frac{22}{9\pi} - \frac{5G}{\pi}; \qquad J\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}\log 2 - \frac{7}{4\pi};$$

$$J\left(\frac{7\pi}{8}\right) = \frac{21\pi}{16} + \frac{\log 2}{\pi} + \frac{1}{2} - \frac{484}{5\pi} + \frac{7G}{\pi}; \qquad J(\pi) = \pi - \frac{64}{9\pi};$$

où $G = 1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} \ldots = 0{,}915\,965\,594$ (nombre défini par Glaisher) et où log est le logarithme néperien.

On remarquera que $J(\pi)$ est différent de $\frac{\pi}{2}$ qui correspond à une section circulaire pleine. En effet dans le cas présent la section est fendue le long du rayon $\alpha = \pm\pi$.

Le tableau 1 donne avec 5 chiffres significatifs les valeurs numériques de $J(\alpha)$ pour α multiple de $\frac{\pi}{16}$ et pour certaines valeurs particulières.

Tableau 1

Moment d'inertie à la torsion $I = R^4 J(\alpha)$

α	$J(\alpha)$	α	$J(\alpha)$
0°	0	90°	0,297 56
11,25°	0,003 246 1	101,25°	0,362 30
22,5°	0,018 123	112,5°	0,429 98
30°	0;034 909	123,75°	0,500 16
33,75°	0,045 155	135°	0,572 48
45°	0,082 328	146,25°	0,646 65
56,25°	0,127 61	157,5°	0,722 42
60°	0,144 21	168,75°	0,799 61
67,5°	0,179 37	180°	0,878 60
78,75°	0,236 33		

Lorsque α est petit on a :

$$J(\alpha) = 3{,}5444.10^{-6}\alpha^3 \{1 - 4{,}440.10^{-2}\,\alpha + 9{,}748.10^{-4}\alpha^2 - 4{,}326.10^{-5}\alpha^3 + 1{,}202.10^{-6}\,\alpha^4\} + O(\alpha^8),$$

où α est exprimé en *degrés*. Cette expression donne $J(\alpha)$ avec une erreur relative inférieure à 10^{-2} pour $\alpha \leqslant 6°$.

Pour α quelconque, on peut soit procéder par interpolation à partir des valeurs numériques du tableau précédent, soit utiliser les formules approchées suivantes :

$$J(\alpha) = 10^{-5}\,[4{,}0755.\alpha^2 + 5{,}8148.10^{-3}\,\alpha^3 - 1{,}5401.10^{-4}\,\alpha^4 + 4{,}4203.10^{-5}\alpha^5]$$
(α en degrés) pour $\alpha \leqslant 45°$;

$$J(\alpha) = 10^{-6}\,[3{,}3679\,\alpha^3 - 1{,}1824.10^{-1}\,\alpha^4 + 2{,}0793.10^{-3}\,\alpha^5 - 1{,}4866.10^{-5}\alpha^6]$$
(α en degrés) pour $6° \leqslant \alpha \leqslant 45°$.

2. Distribution des contraintes

En désignant par Oz l'axe du cylindre, les composantes de la contraint $\vec{T}$ dans un plan de section droite sont: $\tau_{xz} = k\mu \dfrac{\partial \Phi}{\partial y}$; $\tau_{yz} = -k\mu \dfrac{\partial \Phi}{\partial x}$ (k angle de torsion unitaire, μ module d'élasticité au cisaillement) ou en utilisant (1.1) :

$$(2.1)\qquad \begin{cases} \tau_{xz} = k\mu\left(\sin\theta\,\dfrac{\partial G}{\partial r} + \dfrac{\cos\theta}{r}\,\dfrac{\partial G}{\partial \theta} - r\sin\theta\right); \\ \tau_{yz} = k\mu\left(-\cos\theta\,\dfrac{\partial G}{\partial r} + \dfrac{\sin\theta}{r}\,\dfrac{\partial G}{\partial \theta} + r\cos\theta\right). \end{cases}$$

A. Sur la *partie circulaire du contour* de la section droite la contrainte vaut :

$$T = T_t = -\tau_{xz}(R,\,\theta)\sin\theta + \tau_{yz}(R,\,\theta)\cos\theta$$

soit d'après (2.1) et (1.2) :

$$T_t = k\mu\left[R - \frac{\partial G}{\partial r}(R,\,\theta)\right],$$

$$(2.2)\qquad T_t = k\mu R\left[1 - \frac{\cos 2\theta}{\cos 2\alpha} - \frac{16}{\pi^2}\,\alpha \sum_{n=1,3\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{\left(n - \frac{4\alpha}{\pi}\right)\left(n + \frac{4\alpha}{\pi}\right)}\,\cos n\frac{\pi}{2}\,\frac{\theta}{\alpha}\right],$$

n impair.

La valeur maximale de T_t est visiblement obtenu pour $\theta = 0$ et elle est donnée par : $T_{t_{\max}} = k\mu R\tau_t$, avec :

$$\tau_t = 1 - \frac{1}{\cos 2\alpha} - \frac{16}{\pi^2}\alpha \sum_{n=1,3..}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{\left(n - \frac{4\alpha}{\pi}\right)\left(n + \frac{4\alpha}{\pi}\right)}. \tag{2.3}$$

Pour $\alpha = \frac{\pi}{4}$ et $\alpha = \frac{3\pi}{4}$; τ_t se présente sous la forme $\infty - \infty$, en levant l'indétermination il vient :

$$\begin{cases} \tau_t\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 - \frac{1}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=3,5...}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{(n-1)(n+1)}, & (n \text{ impair}); \\ \tau_t\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 1 + \frac{1}{3\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1,5...}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{(n-3)(n+3)}, & (n \text{ impair} \neq 3), \end{cases}$$

Le tableau 2 donne les valeurs numériques de τ_t en fonction de α.

Tableau 2

Contrainte maximale sur la partie circulaire du contour

α	τ_t	α	τ_t
0°	0		
11,25°	0,2301	90°	0,7268
22,5°	0,3794	101,25°	0,7511
30°	0,4522	123,75°	0,7893
33,75°	0,4829	135°	0,8046
45°	0,5587	146,25°	0,8176
56,25°	0,6162	168,75°	0,8395
60°	0,6324	180°	0,8488
78,75°	0,6972		

Pour α petit on a :

$$\tau_t(\alpha) = 1{,}4849\,\alpha - 2\alpha^2 + 2{,}599\,\alpha^3 - \frac{10}{8}\alpha^4 + O(\alpha^5)$$

(α en radians).

Pour $\alpha \leqslant 20°$, on a l'expresion approchée :

$$\tau_t = 10^{-2}\,[2{,}033\,\alpha - 2{,}257.10^{-2}\alpha^2 + 1{,}218.10^{-4}\alpha^3 - 2{,}476.10^{-7}\alpha^4]$$

(α en degrés), qui fournit τ_t avec une erreur relative de l'ordre du pour cent.

B. *Sur les parties radiales du contour* on a :

$$T = T_r = \tau_{xz}(\alpha,\ r)\cos\alpha + \tau_{yz}(\alpha,\ r)\sin\alpha$$

ou d'après (2.1)

$$T_r = \frac{k\mu}{r}\frac{\partial G}{\partial\theta}(\alpha,\ r)$$

et en utilisant (1.2),

$$T_r = k\mu R\tau_r,$$

avec :

$$(2.4)\qquad \tau_r = -\rho\,\mathrm{tg}\,2\alpha + \frac{16}{\pi^2}\alpha\sum_{n=1,3\ldots}^{\infty}\frac{1}{\left(n-\frac{4\alpha}{\pi}\right)\left(n+\frac{4\alpha}{\pi}\right)}\rho^{\frac{n\pi}{2\alpha}-1},\qquad \rho = \frac{r}{R}.$$

On montre aisément que lorsque $\rho \to 0$, $\tau_r \to 0$ si $\alpha < \pi/2$; au contraire $\tau_r \to \infty$, si $\alpha > \pi/2$. En effet, dans ce dernier cas la section droite présente en O un angle rentrant et on sait que la contrainte est infiniment grande à moins que les portions radiales du contour ne soient raccordées par un arrondi. En réalité, la théorie de l'élasticité établie à partir de déformations très petites ne permet pas de conclure au niveau d'un angle rentrant. On envisagera donc, dans ce qui suit, l'intervalle $0 \leqslant \alpha \leqslant \pi/2$.

Il est facile de vérifier que $\tau_r = 0$ pour $\rho = 1$. En effet si l'on développe en série de Fourier $\dfrac{\sin 2\theta}{\cos 2\alpha}$ pour $-\alpha \leqslant \theta \leqslant +\alpha$ on obtient :

$$\frac{\sin 2\theta}{\cos 2\alpha} = -\frac{16}{\pi^2}\alpha\sum_{n=1,3\ldots}^{\infty}\frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{\left(n-\frac{4\alpha}{\pi}\right)\left(n+\frac{4\alpha}{\pi}\right)}\sin n\frac{\pi}{2}\frac{\theta}{\alpha}$$

qui, pour $\theta = \alpha$, donne :

$$\mathrm{tg}\,2\alpha = \frac{16}{\pi^2}\alpha\sum_{n=1,3\ldots}^{\infty}\frac{1}{\left(n-\frac{4\alpha}{\pi}\right)\left(n+\frac{4\alpha}{\pi}\right)}.$$

D'où, en portant ce dernier résultat dans (2.4) ; $\tau_r = 0$.

Dans le *cas particulier* $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$; (2.4) donne en levant l'indétermination :

$$\tau_r\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\pi}\left\{-\rho(1-4\log\rho) + 4\sum_{n=3,5\ldots}^{\infty}\frac{\rho^{2n-1}}{n^2-1}\right\},$$

soit encore en effectuant la sommation :

$$\tau_r\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\rho}{\pi}\left[\log\rho^4 + \frac{1-\rho^4}{\rho^4}\log(1-\rho^4)\right].$$

Pour les valeurs particulières de α on peut dans (2.4) effectuer de même la sommation et éviter ainsi le calcul d'une série lentement convergente. Voici quelques résultats :

$$\tau_r\left(\frac{\pi}{8}\right) = -\rho + \frac{1}{\pi\rho^3}\left[(\rho^4-1)\log\frac{1+\rho^2}{1-\rho^2} + 2(\rho^4+1)\operatorname{arctg}\rho^2\right],$$

$$\tau_r\left(\frac{3\pi}{8}\right) = \sqrt{u}\left\{u + \frac{4}{\pi}\frac{1-u^4}{u^4} + \frac{1}{\pi u^5}\left[(u^6-1)\log\frac{1+u}{1-u} - 2(u^6+1)\operatorname{arc\,tg}u\right]\right\}, \quad u = \rho^{2/3};$$

$$\tau_r\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1-\rho^2}{\pi\rho^2}\left[2 - \frac{1+\rho^2}{\rho^2}\log\frac{1+\rho}{1-\rho}\right].$$

Le tableau 3 donne les valeurs maximales $|\tau_r|_{\max}$ du module de τ_r et les valeurs correspondantes de $\rho = \frac{r}{R}$.

Tableau 3

α	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
$\lvert\tau_r\rvert_{\max}$	0,4174	0,5979	0,7156	0,8488
$\frac{r}{R}$	0,6240	0,4591	0,3200	0

La fig. 2 montre les variations de $-\tau_r$ en fonction de r/R.
La formule approchée :

$$|\tau_r|_{\max} = 10^{-2}[2{,}746\,\alpha - 4{,}926.10^{-2}\alpha^2 + 4{,}649.10^{-4}\alpha^3 - 1{,}553.10^{-6}\alpha^4]$$

(α en degrés) donne $|\tau_r|_{\max}$ avec une erreur relative de l'ordre de 1% pour $10° \leqslant \alpha \leqslant 90°$.

C. Le long de *l'axe de symétrie Ox* (2.1) montre que :

$$\tau_{xz} = 0 ;$$

$$\tau_{yz} = k\mu R \left[1 - \frac{1}{\cos 2\alpha} - \frac{16\,\alpha}{\pi^2} \sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{\left(n - \frac{4\alpha}{\pi}\right)\left(n + \frac{4\alpha}{\pi}\right)} \rho^{\frac{n\pi}{2\alpha}-1} \right]$$

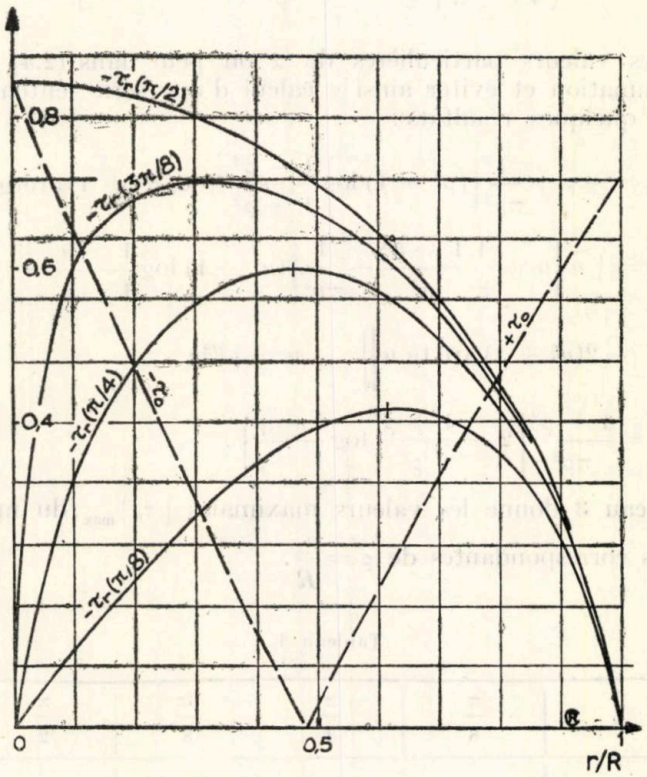


Fig. 2

en particulier pour $\alpha = \pi/2$ (section demi-circulaire) :

$$\tau_{yz} = k\mu R\tau_0 \quad \text{avec} \quad \tau_0 = 2\left[\rho - \frac{1}{\pi} + \frac{1+\rho^2}{\rho^2}\left(1 - \frac{1-\rho^2}{\rho} \operatorname{arc\,tg}\, \rho\right)\right].$$

La fig. 2 montre les variations de τ_0 en fonction de ρ ; la contrainte est, en module, maximale en 0 où $|\tau_0| = 0{,}8488$.

Reçue le 28 mars 1973

Université de Besançon,
Faculté des Sciences,
Laboratoire de Mécanique Appliquée
associé au CNRS, Besançon, France

BIBLIOGRAPHIE

1. De Saint Venant, *Exemples du calcul de la torsion de prismes à base mixtiligne.* C. R. Acad. Paris, 87, 893–899 (1878).
2. Timoshenko S., Goodier J. N., *Théorie de l'élasticité.* Béranger éd., Paris, pp. 300 et 301, 1961.

ASUPRA TORSIUNII UNUI CILINDRU CU SECȚIUNEA ÎN FORMĂ DE SECTOR CIRCULAR

(Rezumat)

Se completează rezultatele clasice [2] privind torsiunea unui cilindru cu secțiunea în formă de sector circular, în scopul de a le face aplicabile practic. Se studiază distribuția tensiunilor și se dau expresii simple pentru momentul de inerție și pentru tensiuni, care pentru anumite valori particulare ale unghiului la centru evită sumarea. Se propun final diferite formule numerice, care permit să se elimine interpolarea între valorile în prealabil calculate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.822.7

UNGHIUL DE PORTANȚĂ DINAMIC LA RULMENȚII RADIALI CU MIȘCARE OSCILANTĂ

DE

LIVIU T. HOSTIUC

1. Introducere

Într-o lucrare anterioară [2] s-a definit unghiul ce delimitează zona de rostogolire fără alunecare a corpurilor de rulare pe cele două inele a unui rulment radial cu mișcare de oscilație într-un plan perpendicular pe axa rulmentului.

În lucrarea de față se denumește acest unghi — unghi de portanță dinamic, notat φ_r, și se precizează legătura între φ_r și capacitatea dinamică de bază la acești rulmenți.

2. Condițiile de existență a unghiului de portanță dinamic

Se transcrie relația unghiului φ_r din [2] pentru cazul general al rulmenților radial-axiali cu inel interior, sau inel exterior, oscilant:

$$\cos\varphi_r = 1 - 2\bar{\varepsilon}\left[1 - \left(\frac{E_{\max}}{\gamma_1 Q_{\max}}\right)^{1/t}\right], \tag{1}$$

unde:

$$\left|\begin{array}{l} E_{\max} = |(\varepsilon_c)_{\max}| = |\varepsilon_{\max}|\,\dfrac{1 \mp \gamma}{2\gamma_0}, \\ \gamma_1 = \dfrac{\mu_0 D_k}{I_0(1 \pm \gamma) + I_k\gamma_0^2}, \quad \gamma = \gamma_0 \cos\alpha, \quad \gamma_0 = \dfrac{D_k}{D_m} \\ t = 1{,}5 \text{ și } t = 1{,}1 \text{ — pentru rulmenți cu bile, respectiv cu role,} \end{array}\right. \tag{2}$$

și unde $\bar{\varepsilon}$ este parametrul epurei de încărcare (fig. 1), cu valori concrete în [5]; Q_{max} — sarcina maximă a epurei de încărcare, ce apare pe direcția forței radiale exterioare F_r; I_k, I_0 — momentele de inerție masice ale corpului de rulare în raport cu axa de oscilație a rulmentului, respectiv propria axă de oscilație; ε_c — accelerația unghiulară a mișcării de oscilație a corpului de rulare față de centrul instantaneu de rotație (punctul de contact între corpul de rulare și inelul fix); ε_{max} — valoarea maximă a accelerației unghiulare a mișcării de oscilație pentru inelul mobil, pe parcursul unei perioade; D_k și D_m — diametrul corpului de rulare, respectiv diametrul mediu al rulmentului; μ_0 — coeficientul de frecare static la alunecare între corpul de rulare și inelul mobil; α — unghiul de contact între corpul de rulare și cele două inele [5], semnul + pentru cazul inel interior oscilant, semnul — pentru cazul inel exterior oscilant.

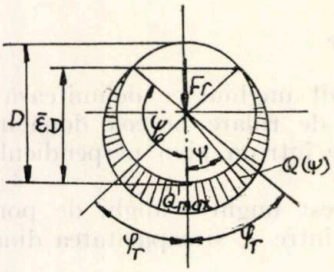


Fig. 1 — Epura de încărcare pe cele două inele ale unui rulment radial-axial, încărcat cu sarcină combinată.

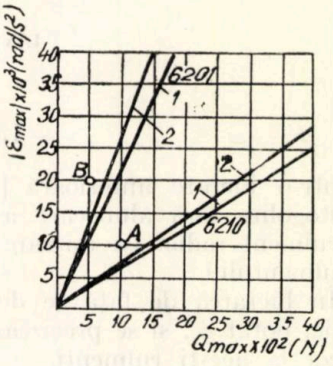


Fig. 2 — Reprezentarea grafică a condiției (3) pentru rulmenții radiali cu bile pe un rînd tip 6201 și 6210 (STAS 3041—68).

Cercetări experimentale ulterioare lucrărilor [2] și [3], efectuate în Laboratorul de organe de mașini al Institutului politehnic din Iași și publicate în [4] și [6] au pus în evidență un fenomen cu totul specific oscilației rulmenților, adică mișcarea de alunecare în timp a coliviei față de poziția ei inițială, datorită accelerației anarmonice a mișcării de oscilație (cazul cel mai general întîlnit în practica exploatării mecanismelor cu cuple oscilante) și a influenței lubrifiantului.

În legătură cu acest fenomen, se face următoarea precizare privind unghiul de portanță dinamic φ_r, dat de (1): deducerea acestei relații în lucrarea [2] s-a făcut neglijînd influența lubrifiantului asupra contactului de rostogolire ceea ce se poate accepta doar în cazurile mișcărilor de oscilație armonice și uniforme, adică atunci cînd nu apare fenomenul de alunecare al coliviei față de poziția ei inițială, [6]; aceste cazuri sînt cele mai nefavorabile în practică deoarece corpurile de rulare oscilează în jurul acelorași

poziții medii și în calculul capacității dinamice de bază intervin și probabilitățile de rezistență ale corpurilor de rulare portante, [4]:

Dacă, în relația (1),

$$\frac{E_{\max}}{\gamma_1 Q_{\max}} = 1, \tag{3}$$

atunci $\varphi_r = 0$ și toate corpurile de rulare cuprinse în zona încărcată a rulmentului $\pm \psi_0$ se rostogolesc cu alunecare pe inelul oscilant; aceasta este posibil cînd accelerația unghiulară $\varepsilon_{\max}$ este foarte mare sau sarcina de încărcare este foarte mică (la mersul în gol al rulmentului).

Discuția condiției (3) este posibilă folosind valorile coeficientului de frecare μ_0 anunțate în [3]; astfel, această condiție este realizată în practică mai ușor pentru rulmenții mari decît pentru cei mici, așa cum se vede din fig. 2. Dreptele din această figură reprezintă, prin punctele lor, perechi de valori limită $|\varepsilon_{\max}|$ și $Q_{\max}$ ce satisfac condiția (3) — la rulmenții tip 6201 și 6210 (STAS 3041—68), în cazul inel interior oscilant — inel exterior fix (dreptele *1*), respectiv inel exterior oscilant — inel interior fix (dreptele *2*).

Domeniul situat între abscisă și o dreaptă determină, prin punctele sale, perechi de valori $|\varepsilon_{\max}|$ și $Q_{\max}$ pentru care rulmentul respectiv oscilează în afara condiției (3) adică cu $\varphi_r > 0$; de exemplu, coordonatele punctului *A* sînt o pereche de valori pentru care condiția (3) nu este îndeplinită la rulmentul 6201 (rulment mic) și este îndeplinită la rulmentul 6210 (rulment mijlociu) — pentru care $\varphi_r = 0$. Punctul *B* este situat în afara condiției (3) pentru ambii rulmenți.

Unghiul φ_r este mai mare în cazul inelului exterior oscilant, deci condiția (3) se realizează mai greu pentru rulmenții radiali cu inel exterior oscilant decît în cazul inelului interior oscilant, așa cum se observă și în fig. 2, unde dreptele *2* sînt mai înclinate decît dreptele *1*.

Pentru aceeași accelerație unghiulară a mișcării de oscilație, între unghiurile $\varphi_{r.i}$ și $\varphi_{r.e}$, la un rulment radial, există următoarea relație:

$$\frac{2\bar{\varepsilon} - 1 + \cos\varphi_{r.i}}{2\bar{\varepsilon} - 1 + \cos\varphi_{r.e}} = \left[\frac{\gamma_{1.e}(1-\gamma)}{\gamma_{1.i}(1+\gamma)}\right]^{1/\cdot}. \tag{4}$$

Marea majoritate a rulmenților radiali ce funcționează în practică cu mișcare oscilantă sînt rulmenți mici și mijlocii, la care accelerația unghiulară nu trece de 2 000 rad/s² și sarcina $Q_{\max}$ este mai mare de 3 000 N. Din această cauză condiția (3) trebuie privită ca un caz limită, mult mai rar întîlnit pentru rulmenții radial-axiali cu mișcare de oscilație armonică sau uniformă.

3. Influența unghiului φ_r asupra capacității dinamice de bază

S-a definit în [4] capacitatea dinamică de bază C_{0s} pentru rulmenții radiali cu mișcare de oscilație și s-a propus o relație de calcul cînd nu apare mișcarea de alunecare a coliviei față de poziția ei inițială:

$$(5)\qquad \begin{cases} \dfrac{1}{C_{os}^{w}} = \dfrac{1}{C_{os.i}^{w}} + \dfrac{1}{C_{os.e}^{w}} + Z_k \dfrac{1}{C_{os.k}^{w}}, & \text{cu :} \\ Z_k = Z_{p.1} = \dfrac{\varphi_r Z}{\pi}, & [2]. \end{cases}$$

Din (5) se observă că pentru stabilirea capacităţii dinamice de bază C_{os} este necesară determinarea capacităţilor dinamice individuale, notate în continuare prin simbolul generic $C_{os.j}$.

În acest scop se propune un mers de calcul analog ca la rulmenţii cu mişcare de rotaţie [1] : transformarea epurei reale de încărcare a rulmentului (fig. 1) în epură echivalentă (fig. 3), prin intermediul sarcinii dinamice echivalente şi apoi în epură convenţională de calcul (fig. 4), epură care face posibilă aplicarea relaţiilor statistice din [1], [2], [4], [5] ; în [1] se propune, pentru rulmenţii cu mişcare de rotaţie, o epură convenţională de calcul bazată pe o sarcină medie repartizată pe întreaga circumferinţă a celor două inele ; în cazul de faţă sarcina medie se repartizează numai pe zona delimitată de unghiul de portanţă dinamic $\pm\varphi_r$, adică se avansează ipoteza că fenomenul pitting poate apare în practică, pe elementele rulmentului cu mişcare de oscilaţie, doar în această zonă (ipoteză verificată ulterior prin încercări experimentale).

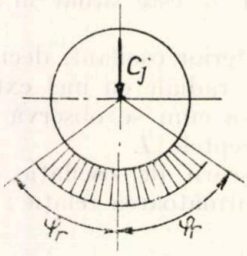


Fig. 3 — Epura echivalentă de încărcare a unui rulment radial-axial.

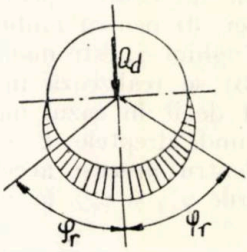


Fig. 4 — Epura convenţională de calcul a unui rulment radial-axial cu mişcare oscilantă armonică sau uniformă.

Pentru sarcina medie de calcul a elementelor rulmentului cu mişcare de oscilaţie, se propune relaţia :

$$(6)\qquad Q_{m.j} = \sqrt[w_j]{\frac{1}{2\varphi_r}\int_{-\psi_0}^{+\psi_0} Q^{w_j}(\psi)\,d\psi}.$$

Relația (6) exprimă o medie integrală de indice w_j a epurei reale de încărcare a rulmentului din fig. 1.

Pentru indicii w_j, cu valori distincte pentru fiecare din elementele rulmentului, se propune rezolvarea următorului sistem :

$$(7) \qquad \begin{cases} w_i \beta_i = w_e \beta_e = w_k \beta_k, \\ \sqrt[3]{w_i\, w_e\, w_k} = w, \end{cases}$$

unde β_i, β_e, β_k sînt procentajele de deteriorare prin pitting, respectiv a inelului interior, inelului exterior și a corpurilor de rulare portante, determinate statistic prin încercări experimentale de durabilitate efectuate pe loturi de rulmenți ; w — este exponentul sarcinii din relațiile statistice (2), [4], care poate fi determinat în urma aceluiași program de încercări.

Prima ecuație din (7) exprimă dependența invers proporțională între indicii w_j și procentajul de deteriorare a elementelor rulmentului, în ideea că sarcina medie este cu atît mai mare cu cît indicele w_j este mai mic.

Deducerea relației practice de calcul pentru $C_{os.j}$ pe baza epurei convenționale propuse în fig. 4, a relației (6) și a sistemului (7), cu valori experimentale pentru β_j și w, va constitui obiectul unei lucrări ulterioare.

4. Concluzii

1. Unghiul de portanță dinamic φ_r, definit ca unghiul ce delimitează zona de rostogolire fără alunecare a corpurilor de rulare portante constituie un parametru caracteristic funcționării rulmenților radial-axiali cu mișcare oscilantă armonică sau uniformă, cu efect asupra capacității dinamice de bază a acestor rulmenți ;

2. Condițiile de existență a unghiului φ_r sînt :

a) mișcarea de oscilație să fie armonică (viteză unghiulară sinusoidală) sau uniformă (viteză unghiulară constantă) ;

b) rulmentul să fie de dimensiuni mici sau mijlocii.

3. Influența unghiului φ_r asupra capacității dinamice de bază se referă la numărul de corpuri de rulare portante ce oscilează în zona $\pm\, \varphi_r$ și la epura convențională de calcul din fig. 4 — propusă pentru calculul capacităților dinamice de bază individuale ale elementelor rulmentului.

Primită la 15 august 1973

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de organe de mașini

BIBLIOGRAFIE

1. Lundberg G., Palmgren A., *Dynamic Capacity of Rolling Bearings*. Acta Polytechnica Stockholm, Mech. Eng., ser. 1, **3**, 7 (1947).

2. Popinceanu N., Hostiuc L., *Particularités concernant le comportement des roulements à mouvement oscillatoire*. Bul. Inst. polit. Iași, **XVII (XXI)**, *1—2*, s. IV (1971).

3. Hostiuc L., *Valori experimentale pentru coeficientul de frecare la alunecare din rulmenții radiali cu mișcare oscilantă.* Bul. Inst. polit. Iași, **XIX (XXIII)**, *1—2*, s. IV (1973).
4. Hostiuc L., *Precizări noi asupra relației sarcină-durabilitate la rulmenții cu mișcare oscilantă.* Bul. Inst. polit. Iași, **XIX (XXIII)**, *3—4*, s. IV (1973).
5. Harris T. A., *Rolling Bearing Analysis.* John Wiley § Sons, Inc., New York, 1966.
6. Popinceanu N., Hostiuc L., *Considerații privind calculul cuplei oscilante cu rulmenți radiali.* IFToMM International Symposium, Bucharest, June 7—13, 1973, vol. *A*, paper 41.

L'ANGLE DE PORTANCE DYNAMIQUE AUX ROULEMENTS RADIAUX À MOUVEMENT OSCILLANT

(Résumé)

Dans cette Note on présente des considérations théoriques concernant l'angle de portance dynamique φ_r, défini dans [2], par rapport aux recherches de [3], [4], [6] ; on précise ainsi que l'angle φ_r est un paramètre de calcul seulement pour les roulements radiaux à mouvement oscillant harmonique et uniforme à petites dimensions ou à dimensions moyennes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.K. 621.882

DIE VERFESTIGUNG DURCH KALTVERFORMUNG NACH DER DOPPELSCHLAGPRESSUNGMETODE ERZEUGTER SCHRAUBEN

VON

JAN SÝKORA

Die Sechskanntkopfschraube, welche durch Kaltverformung nach der Doppelschlagressungmetode erzeugt wurde, ist dadurch gekennzeichnet, dass sie im glatten Teil des Schaftes die ursprüngliche Festigkeit des Ausgangsmateriales haben soll.

Der Schraubenkopf und der Gewindeteil des Schaftes sind aber verformt, was eine grössere oder kleinere Verfestigung zur Folge hat.

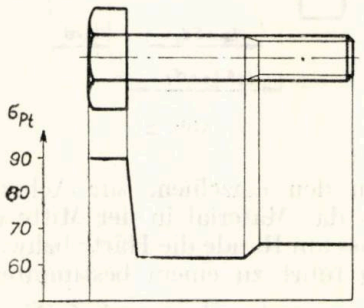


Abb. 1

Der Festigkeitsverlauf in den einzelnen Teilen der Schraube, die durch Doppelschlagpressung erzeugt wurde, ist aus dem bekannten Diagram ersichtlich, dessen Verlauf für diese Fertigungsmetode typisch ist.

Dieser Festigkeitsverlauf wurde für die Schraube von gewissen mechanischen Eigenschaften durch umfangreiche Versuche beglaubigt.

Für diese Versuche wurden direkt von der Werkzeugmaschine fertige Schrauben mit Gewinden M 10 genommen, welche dann noch Fertigungsoperationen unterworfen wurden. Gleichzeitig wurde auch Rohmaterial abgenommen, aus dem die Schrauben auf dieser Maschine erzeugt wurden.

Der Draht, der für die Erzeugung der Schrauben bestimmt war, war aus Material 12 040.5R. Dieses Material soll nach der Materialliste eine Festigkeit von 58—60 kp/mm² haben.

Die Zerreissprobe von drei Probestäben, die aus diesem Draht gefertigt waren, ergab einen durchschnittlichen Wert von 61,9 kp/mm², also eine höhere Festigkeit als die nach Materialliste vorgeschriebene.

Diese geringe Abweichung kann dadurch erklärt werden, dass der zur Fertigung benutzte kalibrierte Runddraht gebeizt und mit fünfprozentueller Reduktion in Seifenpulver gezogen wurde. (Dieser Prozess ist mit Buchstaben *5* und *R* hinter der Normnummer des Materiales bezeichnet). Infolge des Ziehens entstand eine mässige Verfestigung. Die Reduktion aber hatte die Abschabung festerer Oberflächenschichten zur Folge.

Diese Erläuterung bestätigt das Härtenetz und aus dessen errechnete Festigkeiten. Das Netz wurde auf dem Längsachsenschnitt einer fertigen Schraube durchgeführt. Die Härteeinstiche wurden im Mindestabstand durchgeführt, der bei Härtemessungen nach Vickers zulässig ist und drei Diagonalen gleichkommt, was einer Entfernung von 0,9 mm entspricht. Die Belastung des Härtemessers war 10 kp.

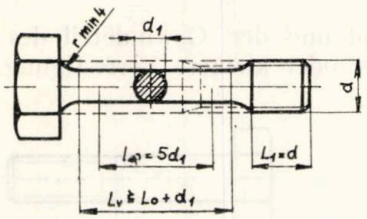


Abb. 2

Aus dem Netz, in den einzelnen, zur Achse senkrechten Schnitten ist klar ersichtlich, dass das Material in der Mitte der Schraube am stärksten verfestigt ist und dass am Rande die Härte bzhw. die Festigkeit abnimmt.

Diese Erscheinung führt zu einem bestimmten Zweifel an der Richtigkeit der Prüfung fertiger Schrauben nach ČSN 02 1005.

Laut diesef Vorschrift soll man zur Bestimmung der Festigkeit fertiger Schrauben aus der Schraube einen Probestab drehen, der durch Spanabnehmung der Oberflächenschichte des glatten Teiles des Schaftes entsteht.

Beim Vergleich des Festigkeitsverlaufes im Härtenetz geht hervor, dass der Probestab andere Festigkeitswerte aufweist als die, welche in Wirklichkeit eine Normalschraube haben wird.

Ausserdem kommt es nur selten zum Bruch im glatten Schaftteil, sondern im Gewindeteil des Schaftes, wo die Festigkeit je nach der Art der Fertigung unterschiedlich sein kann.

Aus diesem Grund wurden zur Ermittelung der Festigkeit fertige Schrauben genommen und auf einer Zerreissmaschine zerrissen.

Für diese Proben wurden 10 Stück Schrauben M 10 × 65 benützt, welche Gegenstand der Versuche bildeten.

Die zum zerreissen der Schraube benötigte Kraft hatte den Höchstwert 3 640 kp und den Mindeswert 3 490 kp ; der aus den zehn Messungen errechnete Mittelwert betrug 3 571 kp.

Der Bruch fand immer zwischen dem ersten und zweiten Gewinde unter der Mutter statt und zwar etwa um 4,5 Gewinde vom Anfang des Gewindeauslaufes entfernt.

Im glatten Schaftteil entstand die Mittelspannung :

$$\sigma_{d_{\text{mit}}} = \frac{F_{\text{mit}}}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{3\,571}{78{,}7} = 45{,}5 \text{ kp/mm}^2,$$

während im Gewindeteil eine auf den reduzierten Querschnitt Mittelspannung

$$\sigma_{z_{\text{mit}}} = \frac{F_{\text{mit}}}{S_\sigma} = \frac{3\,571}{58} = 61{,}6 \text{ kp/mm}^2$$

entstand.

Die Spannung im Gewindeteil 61,6 kp/mm², bei der es zum Bruch kam, stimmt auf den ersten Blick mit der Festigkeit der aus dem Draht zur Herstellung der Schrauben benützten Probestäbe 61,9 kp/mm² überein.

Das aber würde bedeuten, dass der Kerbwirkungsfaktor des Gewindes gleich eins ist und weiters, dass der Schraubenschaft im Bereiche des Gewindes nicht verfestigt wurde ; dies alles aber entspricht nicht der Tatsache.

Zur Ermittelung der Festigkeit in den einzelnen Stellen der fertigen Schrauben wurde mittels der Härteprobe in der Achsrichtung dreier Schrauben mittels höchst möglicher Anzahl von Einstichen die Härte von HV 10 festgestellt. Die Entfernungen der Einstiche waren die mindest zulässigen, in Werten von 3 Diagonalen, d. h. etwa 0,9 mm.

Aus den Härten HV 10 wurden die Festigkeitswerte σ_{Pl} aus HV durch für das Material 12 040 geltende Umrechnung ermittelt. Die Mittelwerte der Messergebnise von 3 Schrauben sind in einem Diagramm aufgetragen.

Das so gewonnene Härte- resp. Festigkeitsdiagramm hat zwar die charakteristische Form, welche der Fertigung von Schrauben durch Doppelschlagpressung entspricht, unterscheidet sich aber hauptsächlich im Gebiet des Kopfes vom gestrichelt eingezeichneten idealisierten Verlauf.

Aus dem Diagramm ist ersichtlich, dass der Kopf am stärksten verfestigt ist und im Übergang des Kopfes zum Schaft eine beträchtliche Verminderung der Festigkeit entsteht, was einen konstruktiev gefrährlichen Kerb bedeutet. Die Verminderung ist so bedeutend, dass sich bei diesen

Schrauben an dieser Stelle eine Festigkeit ergab, welche sogar niedriger war, als die ursprüngliche Festigkeit des Ausgangsmateriales.

Entlang der ganzen Länge des glatten Schaftes aber sollte die ursprüngliche Festigkeit des Drahtes verbleiben, d. h. 61,9 kp/mm².

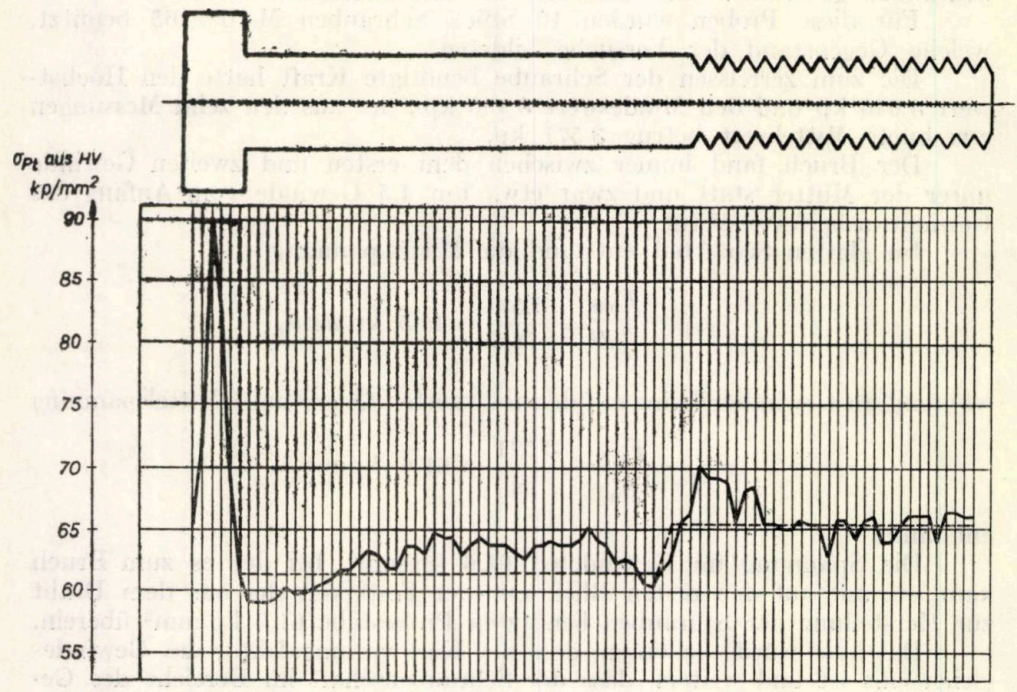


Abb. 3

Die aus der Härte errechnete Festigkeit aber zeigt, dass sie höhere Werte erreicht, aber nur vereinzelt — im Übergang des Kopfes in den Schaft und im Übergang des glatten Schaftteiles in den Gewindeteil — niedrigere Werte erreicht.

Die Messwerte waren :

$$\max : \sigma_{Pt \text{ aus } HV_{max}} = 65 \text{ kp/mm}^2,$$

$$\min : \sigma_{Pt \text{ aus } HV_{min}} = 59 \text{ kp/mm}^2.$$

Die Vergrösserung der Festigkeit im glatten Teil des Schaftes kann damit erklärt werden, dass der abgeschnittene Draht bei der ersten Operation locker in die Öffnung der Matrize eingelegt werden musste und beim Stauchen des Kopfes eine Stauchung des glatten Teiles des Schaftes in

der Matrize entstand und zwar im Bereich des Ausfüllens des Spieles zwischen dem eingelegten Draht und der Matrizenöffnung.

Die Verfestigung im glatten Schaftteil kann man gleichzeitig rechnerisch nachweisen.

Der anfängliche Drahtdurchmesser betrug 9,8 h 9, das ist ein Querschnitt

$$S_{d_{max}} = 75{,}43 \text{ mm}^2, \quad S_{d_{min}} = 74{,}82 \text{ mm}^2.$$

Die Matrizenöffnung soll in solchen Toleranzen gefertigt sein, dass der glatte Schaftteil von 10 mm Durchmesser der fertigen Schraube nach ČSN 02 1 005 in der Toleranz h13 liegt.

Der Querschnitt der Öffnung ist demnach :

$$S_{0_{max}} = 78{,}54 \text{ mm}^2, \quad S_{0_{min}} = 74{,}66 \text{ mm}^2.$$

Dann wird das Verhältniss der Endfläche S_0 zur Anfangsfläche S_d :

$$\max : \frac{S_{0_{max}}}{S_{d_{min}}} = \frac{78{,}54}{74{,}82} = 1{,}063,$$

$$\min : \frac{S_{0\,min}}{S_{d_{max}}} = \frac{74{,}66}{75{,}43} = 0{,}989.$$

Das Mindestverhältnis kann überhaupt nicht angewendet werden, da es klar ist, dass mit Rücksicht auf die vorgeschriebenen Toleranzen müsste in diesem Falle der Draht mit der grössten Toleranz bei der ersten Operation mit Gewalt in die Öffnung der kleinsten Toleranz eingedrückt werden. Dadurch würde es zwar zur Verfestigung kommen, doch könnte es zu Störungen in der Fertigung kommen ; deshalb werden die Toleranzen der Öffnung nicht eingehalten, womit auch die vorgeschriebenen Toleranzen des Schaftes h13 nicht eingehalten werden. Zum Nichtverfestigen des glatten Teiles des Schaftes würde es nur dann kommen, wenn der Durchmesser des Drahtes und der Öffnung übereinstimmen würden. Dann hätte die Schraube im glatten Teile des Schaftes die minimale Festigkeit, gleich der Anfangsfestigkeit des Drahtes, d. h. 61,9 kp/mm².

Bei dem Maximalverhältnis der Querschnittflächen 1,063 wird die, von den für das Material 12 040 geltenden Verfestigkeitskurven abgelesene Festigkeit maximal sein und hat dann den Wert $\sigma_{Pl_{max}} = 68$ kp/mm².

Durch Vergleich dieser teoretisch errechneten Festigkeitswerte mit den umgerechneten gemessenen Werten aus Härte lässt sich folgendes feststellen :

Die errechneten Werte im glatten Teil des Schaftes

$$\sigma_{Pl_{max}} = 68 \text{ kp/mm}^2, \quad \sigma_{Pl_{min}} = 61{,}9 \text{ kp/mm}^2$$

entsprechen praktisch den aus der Härte umgerechneten Messwerten

$$\sigma_{Pt \text{ aus } HV_{max}} = 65 \text{ kp/mm}^2, \quad \sigma_{Pt \text{ aus } HV_{min}} = 59 \text{ kp/mm}^2.$$

Damit ist bewiesen, dass der glatte Teil des Schaftes der Schraube, die nach der Doppelschlagpressungsmetode gefertigt wurde, dieselbe Festigkeit, wie die des Ausgangsmateriales haben kann, in den meisten Fällen jedoch eine grössere Festigkeit haben wird.

Der Gewindeteil des Schaftes ist immer verfertigt, da bei der Fertigung die Reduktion des Durchmessers durch Verformen geschieht.

Deshalb wurde auch an drei Versuchschrauben an diesen Stellen die maximale und minimale Härte, resp. Festigkeit aus Härtemessungen gemessen.

$$\sigma_{Pt \text{ aus } HV_{max}} = 70 \text{ kp/mm}^2, \quad \sigma_{Pt \text{ aus } HV_{min}} = 63 \text{ kp/mm}^2$$

das sind also höhere Werte als die der Anfangsfestigkeit des Drahtes 61,9 kp/mm^2.

Nach teoretischer Berechnung ergibt der vorgeschriebene Durchmesser des Schaftes $8{,}980^{-0{,}00}_{-0{,}01}$ der für das Einwalzen des Gewindes vorteilhaft ist, die grösste und kleinste Querschnittfläche:

$$S_{z_{max}} = 63{,}33 \text{ mm}^2, \quad S_{z_{min}} = 62{,}77 \text{ mm}^2$$

und damit das Höchst- und Mindestverhältnis der Anfangsfläche S_d zur Endfläche S_z:

$$\max : \frac{S_{d_{max}}}{S_{z_{min}}} = \frac{75{,}43}{62{,}77} = 1{,}2,$$

$$\min : \frac{S_{d_{min}}}{S_{z_{max}}} = \frac{74{,}82}{63{,}33} = 1{,}181.$$

Für das Höchst- und Mindestverhältnis der Flächen wird die Verfestigung 12 040:

$$\sigma_{Pt_{max}} = 78 \text{ kp/mm}^2, \quad \sigma_{Pt_{min}} = 76 \text{ kp/mm}^2$$

Zum Vergleich der gemessenen Werte mit den umgerechneten Werten aus Härte überschreiben wir diese noch einmal:

$$\sigma_{Pt \text{ aus } HV_{max}} = 70 \text{ kp/mm}^2, \quad \sigma_{Pt \text{ aus } HV_{min}} = 63 \text{ kp/mm}^2$$

und gelangen zur Folgerung, dass eine gewisse Ähnlichkeit besteht, dass aber die teoretischen und gemessenen Werte nicht übereinstimmen.

Die Differenzen sind durch Massabweichung der Matrize verursacht; die Matrize wird aus Abnützungsgründen masstechnisch zubereitet, um eine ausreichende Lebensdauer zu erreichen.

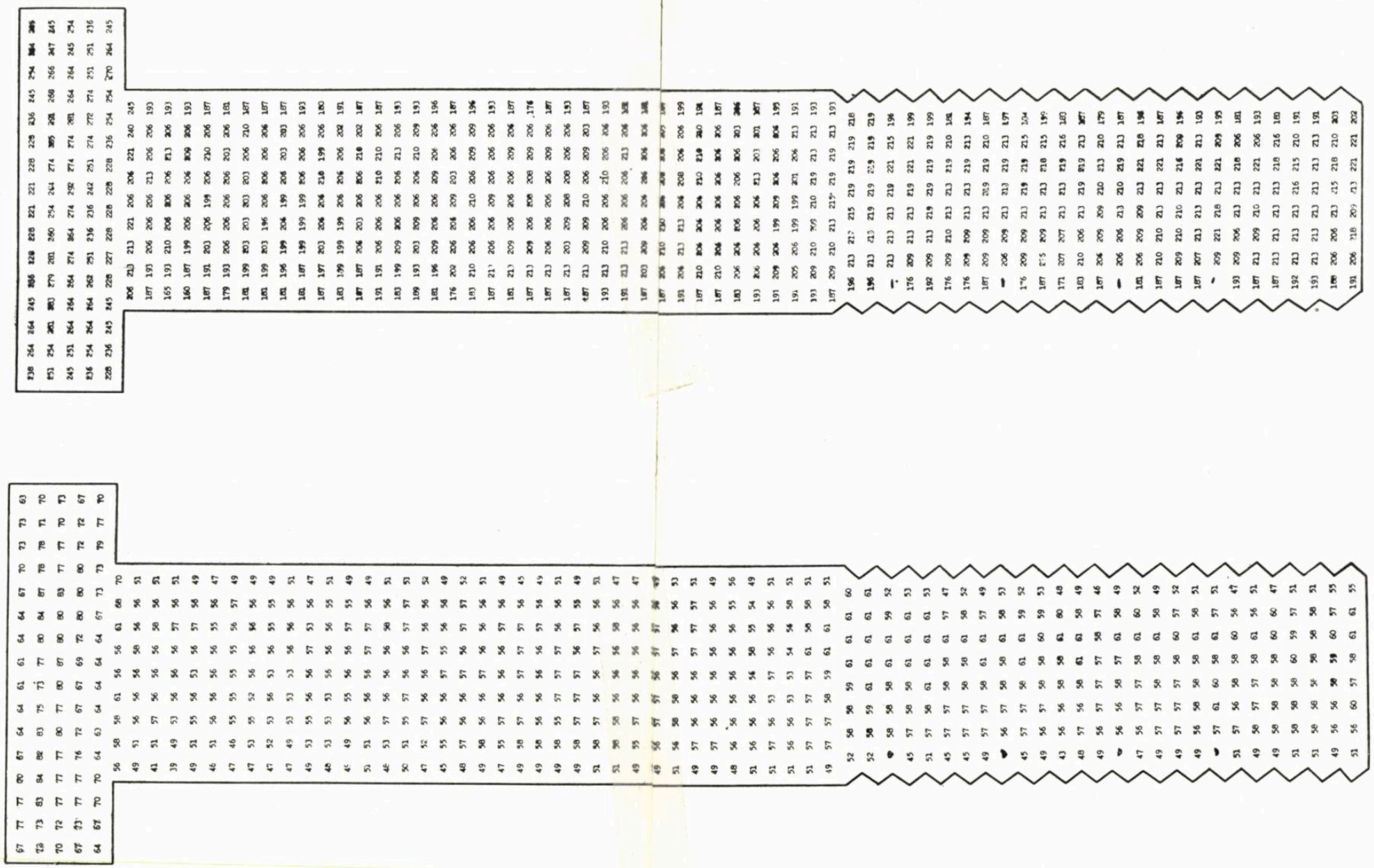


Abb. 4

Die gemessenen Werte der Festigkeit im Bereich des Bruches bewegen sich um $\sigma_{Pt\ aus\ HV} = 65$ kp/mm^2.

Es kommt hier also zur Übereinstimmung mit der Spannung, bei der die Schraube und die Festigkeit beschädigt wurde und mit der Festigkeit, mit welcher die Schraube disponiert.

Aus dieser Auswertung ist ersichtlich, dass die nach der Metode der Doppelschlagpressung gefertigte Schraube die charakteristische Verfestigung in den einzelnen Teilen der Schraube aufweist, doch kann und kommt es zu beträchtlichen Unterschieden.

Die Unzugänglichkeit und Unkenntnis dieser Angaben ist für den Konstrukteur ein ernster Mangel, soll er eine so erzeugte Schraube zur Verbindung einzelner Teile richtig verwenden.

Ist nach der Fertigung der Schraube noch das Glühen vorgeschrieben, so verringert sich oder sinkt sogar die Verfestigung des Kopfes und des Schaftteiles für das Gewinde, gegebenenfalls auch des glatten Teiles bis auf die Anfangsfestigkeit des Drahtes.

Die Anordnung des Glühens hängt von der Fertigung des verwendeten Materiales und von der Qualität der Schraube ab. In der Norm mechanischer Eigenschaften fertiger Schrauben ČSN 02 1005 wurde auf diesen Umstand nicht Rücksicht genommen.

Eingegangen am 22. Januar 1974

Technische Hochschule, Brno,
Lehstuhl des allgemeinen Maschinenbaues
und Maschinenelemente

MĂRIREA REZISTENȚEI ȘURUBURILOR DUPĂ PRELUCRAREA LA RECE PRIN METODA DUBLEI PRESIUNI PRIN ȘOC

(Rezumat)

Se prezintă rezultatele unor cercetări experimentale amănunțite privind rezistența șuruburilor prelucrate la rece prin metoda dublei presiuni prin șoc.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 697.35

STUDII ASUPRA RADIATOARELOR CU LICHID INTERMEDIAR CU ELEMENȚI DE STICLĂ

DE

GÉRARD D'ALBON, VALERIU CERNESCU, EMIL JUGUREANU, MAIER PERLMAN și D. COSTIN

1. Introducere

Radiatoarele cu lichid intermediar sînt în principiu formate dintr-un corp *1* umplut cu apă încălzită cu ajutorul unei serpentine inferioare *2* prin care circulă fluidul ce transportă căldura — apă fierbinte sau abur (fig. 1).

În acest domeniu se menționează lucrările publicate de I. Antohi [1], A. Jukel [5], W. Kamler [6], I. F. Livceak [7], care au studiat posibilitatea utilizării în practică a radiatoarelor cu lichid intermediar.

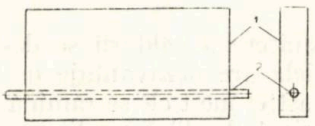


Fig. 1

Pe această linie autorii prezentei comunicări au propus în anii precedenți noi tipuri de radiatoare cu lichid intermediar [2], [3], [4] deosebite de alte radiatoare existente în țară și străinătate.

La instalațiile experimentale realizate la noi în țară cu radiatoare de acest tip executate din tablă de fier, economia valorică a fost de cca. 40% iar cea de metal de cca. 70%. Aceste economii pot fi însă depășite prin stabilirea soluției optime cu privire la natura materialului, forma și tehnologia constructivă a corpului de încălzire, precum și prin alegerea corectă a tuturor caracteristicilor funcționale ale radiatorului și a întregii instalații.

---

[1]) Prezentată la sesiunea științifică a Institutului plitehnic din Galați, din 30—31 mai 1969.

În ceea ce privește natura materialului folosit la confecționarea radiatoarelor, în cadrul Catedrei de termotehnică din Institutul politehnic din Iași, a existat preocuparea permanentă de a găsi și alte materiale decît cele metalice care să ducă la ieftenirea și mai mult a prețului de cost.

În acest scop, printre alte materiale neferoase, o importanță deosebită s-a acordat sticlei, care deși are unele inconveniente, totuși, după cum se va vedea în continuare, prezintă multe avantaje care o recomandă înaintea altor materiale.

2. Radiatoare cu lichid intermediar cu elemenți de sticlă

2.1. Premisele generale tehnico-economice privind folosirea elementilor de sticlă

Confecționarea radiatoarelor cu lichid intermediar din sticlă apare indicată din următoarele motive :

a) Prețul pe m^2 este mult inferior față de tablă sau material plastic.

b) Condițiile din țara noastră privind fabricarea sticlei moi sînt bune și nu implică import de materii prime.

c) Etanșarea este perfectă și sigură.

d) S-a verificat experimental că sticla (chiar și de calitate inferioară) suportă perfect ciclurile repetate de răcire-încălzire, așa cum se petrec la radiatoarele cu lichid intermediar.

e) Sticla nu este corodată și nu are procese de îmbătrînire. Elementii de sticlă au o durată de exploatare nelimitată dacă radiatoarele au o mască de protecție contra lovirii.

f) Spargerea (puțin probabilă în cazul protecției) unui element este un accident fără importanță, căci nu provoacă curgerea întregului conținut din rețea, ci numai a unei foarte mici cantități de apă caldă a cărei captare poate fi organizată.

g) Procesul de transmitere a căldurii se desfășoară în bune condiții.

Pe de altă parte, sticla are dezavantaje de care trebuie ținut seama la concepția radiatoarelor, astfel încît ele să rămînă fără consecințe negative : este casantă, are un coeficient de dilatare diferit de al metalelor și nu suportă decît în limite mici deformațiile elastice (dilatarea volumului este de asemenea mult diferită de dilatarea apei).

Se va vedea în continuare că aceste dezavantaje n-au împiedicat găsirea unor soluții tehnice bune pentru realizarea radiatoarelor cu elemenți din sticlă și că experimentarea lor a confirmat pe deplin justețea acestor soluții.

2.2. Preluarea dilatării apei

La încălzira apei de la 20°C la temperatura de regim 80...90°C volumul apei suferă o creștere de cca. 3% a volumului ocupat de fluid prin degajarea unei cantități de cca. 10 cm^3 de aer în stare normală la litrul de apă conținut în radiator.

Soluțiile constructive pot fi clasificate după modul în care se rezolvă problema preluării acestei diferențe de dilatare.

3. Tipuri de radiatoare cu elemenți din sticlă

3.1. Radiatoare (tip AS) complet etanșe, cu pereți rigizi

Elementii de sticlă suportă foarte bine presiunea atmosferică chiar dacă în interior este vid înaintat. Pe acest considerent s-au conceput, realizat și experimentat diverse radiatoare cu pereți rigizi, umplute cu apă la o temperatură superioară cu 10°C celei de regim maxim și etanșate la această temperatură. La răcire, apa se contractă lăsînd un spațiu în care se degajă vapori și parțial aer (din cel rămas solvit la temperatura de umplere) astfel încît presiunea în interiorul radiatorului este mult inferioară presiunii atmosferice. La încălzirea normală presiunea crește rămînînd însă sub presiunea atmosferică. Această soluție implică o bună etanșare a radiatorului și organizarea unei tehnologii industriale care trebuie respectată la umplerea cu apă a radiatoarelor.

3.2. Radiatoare (tip BS) complet etanșe, cu elemenți din sticlă combinați cu elemenți care preiau elastic dilatarea apei

La aceste radiatoare întregul volum de apă este cuprins parte în elementii rigizi de sticlă, parte în elementii care suportă deformații elastice. Aceștia din urmă pot fi confecționați din tablă foarte subțire sau din material plastic.

Din cauză că sticla este mai ieftină, elementii elastici trebuie să fie reduși ca suprafață la minimul necesar preluării dilatațiilor. Pentru a reduce acest minim la o valoare minima-minimorum se recomandă ca :

a) elementii să fie cît mai plați pentru ca la o suprafață dată volumul de apă să fie minim;

b) umplerea să se facă cu apă la cca. 50°C, astfel încît deformațiile și variațiile de presiune să fie minime și de sens opus la rece și la cald.

Apa din radiator se află la aceste radiatoare la o presiune foarte puțin diferită de cea atmosferică.

3.3. Radiatoare (tip CS) complet etanșe, la care dilatarea este preluată de deformarea elastică a sticlei

Aceste radiatoare sînt caracterizate printr-un volum foarte redus de apă față de suprafața sticlei astfel încît deformațiile suprafeței să rămînă în limitele admisibile (cu un coeficient mare de siguranță față de deformațiile care pot produce crăparea sticlei). Ele se pot etanșa pline la 50°C și la execuția lor se poate utiliza sticla pentru geamuri de 2 mm grosime.

3.4. Radiatoare (tip DS) cu spațiu de expansiune organizat

Aceste radiatoare cu elementi de sticlă sînt caracterizate prin pereți rigizi, o presiune interioară în echilibru cu atmosfera și spațiu de expansiune pentru dilatarea apei. Realizarea lor pune probleme în legătură cu evaporarea apei, solvirea și degajarea aerului la variațiile de temperatură,

contaminarea apei prin impurităţi. Rezolvarea acestor probleme este încă în curs de studiu şi experimentare. Rezultatele, încă neconcludente, ale acestor studii şi experienţe vor fi prezentate, în stadiul lor actual, în capitolele în care se arată soluţiile constructive experimentate.

4. Experimentarea radiatoarelor tip AS

Radiatoarele cu pereţi rigizi şi complet etanşe au fost realizate în două variante cu principii constructive şi funcţionale diferite:

tip AS I, utilizabil numai în instalaţiile de încălzire cu abur;

tip AS II, utilizabil în instalaţiile cu abur sau apă supraîncălzită.

Radiatorul este format dintr-un corp distribuitor de căldură *1* etanş, executat din ţeavă de oţel de 1″ (fig. 2), distribuitorul are ramificaţii închise *2*, prevăzut cu gulere *3* pentru montarea etanşă a elementilor de sticlă *4*.

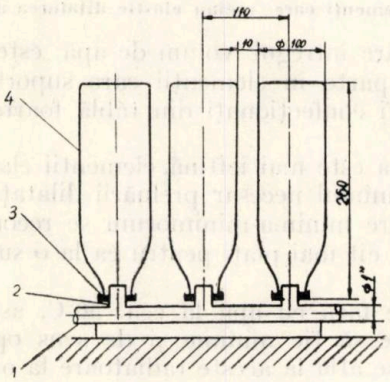


Fig. 2

În distribuitorul 1 circulă aburul. Elementul de sticlă *4* este umplut cu apă la 95...100°C înainte de etanşare.

La răcire sau chiar la temperatura de regim de 80°C, el se află în subpresiune, având un spaţiu rămas liber prin contracţia apei în care se degajă vapori şi parte din aerul solvit.

Suprafaţa ramificaţiilor, scăldate la interior de aburi şi la exterior în contact cu apa din element, notată S_0, se dimensionează pentru a se asigura la regimul normal o temperatură de 80°C în radiator:

$$Q = K_1 S_1 (t_1 - t_0) = S_0 (t_0 - t_1) K_0,$$

$$S_0 = \frac{K_1 (t_1 - t_0)}{K_0 (t_0 - t_1)} S_1.$$

Elementii executați în laborator au fost dimensionați pentru a avea o temperatură t_1 de 80°C, la o temperatură t_e a camerei de 20°C, în cazul alimentării cu aburi saturați la 100°C și pentru o valoare (determinată experimental) a coeficientului de transmitere a căldurii $K_1 = 11$ Kcal/oră m² grd. Rezultă $S_0 = 4.10^{-4}$ m², iar degajarea orară de căldură pentru fiecare element $Q = 48$ Kcal/h.

Valoarea $K_1 = 11$ corespunde formei și grupării elementilor radiatorului experimental realizat.

S-au încercat mai multe rețete pentru lipirea etanșă a elementului de sticlă pe gulerul ramificației și s-au găsit deja cîteva care dau rezultate bune. Cercetările pentru stabilirea rețetei optime privind costul rezultat mai ales din procedeul tehnic de execuție a lipirii se continuă [2]).

Procedeul tehnic de umplere și lipire este următorul: sticlele (încălzite în prealabil) se umplu cu apă peste 95°C în poziția din fig. 3 și apoi se ung cu materialul de lipire (luîndu-se toate precauțiile recomandate la lipirea corespunzătoare rețetei folosite), se aplică distribuitorul care are și el material de lipit pe gulere și se presează pentru a se asigura un bun contact. După răcire, radiatorul se ridică în poziție normală și vidul format asigură în continuare strîngerea (ca la ventuze). În spațiul A dintre guler și sticlă (fig. 4) se mai adaugă material de lipit.

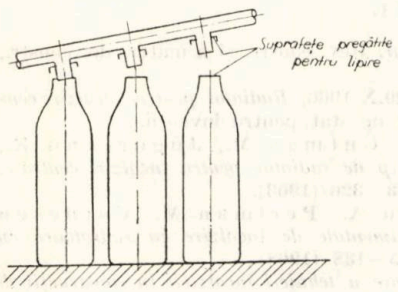


Fig. 3

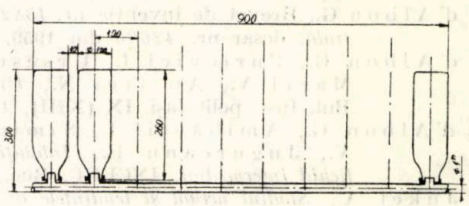


Fig. 4

Radiatoarele au fost experimentate și au o bună comportare sub toate aspectele.

Acest tip de radiator nu poate fi folosit decît la încălzirea cu abur căci la încălzirea cu aer, în ramificații ar rămîne aer care nu poate fi evacuat.

5. Concluzii

Aceste radiatoare experimentale prezintă importanță sub multiple aspecte.

---

[2]) Rășinile sintetice, garnituri din latex alimentar sau garniturile de cauciuc unse cu lac de bachelită cu strîngere mecanică se comportă bine în exploatare.

1. Ele demonstrează posibilitatea concretă de a realiza radiatoare cu elemenți de sticlă care aduc economii valorice de peste 50% și de metal de peste 70%. Radiatoarele care vor folosi elemenți mai rațional concepuți vor avea în mod logic performanțe superioare.

2. Posibilitatea realizării radiatoarelor AS I și AS II înlătură complet orice discuții cu privire la coroziune căci partea lor metalică poate fi realizată perfect din fontă turnată. În acest caz, ea va rezista la coroziune cel puțin egal cu radiatoarele de fontă, căci lucrează, sub acest aspect, în condiții mult mai bune.

De asemenea, costul său la fabricație de mare serie ar fi mai mic decît cel din calculele noastre, dacă considerăm că aceste piese simple vor fi produse la un preț de livrare egal cu acela al radiatoarelor actuale de fontă, de cca. 6 lei kg.

3. Experimentarea acestor radiatoare a permis stabilirea destul de sigură a elementelor de calcul pentru radiatoare mai rațional concepute, care vor face obiectul unor cercetări viitoare.

Primită la 21 iunie 1971

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de termotehnică și mașini termice

BIBLIOGRAFIE

1. Antohi I., *Corpuri de încălzire cu lichid intermediar.* Rev. constr. și a mater. de constr., **20**, *12*, 663—668 (1966).
2. d'Albon G., Brevet de invenție nr. *46826* din 29.X.1966; *Radiator pentru încălzire centrală*, dosar nr. *42605* din 1959, Oficiul de stat pentru invenții.
3. d'Albon G., Curievici I., Ursescu D., Gutman M., Jugureanu E., Macri V., Apetrei N., *Un nou tip de radiator pentru încălziri centrale.* Bul. Inst. polit Iași, **IX (XIII)**, *1—2*, 313—326 (1963).
4. d'Albon G., Amihăesii I., Simionescu A., Perlman M., Cernescu V., Jugureanu E., *Intalații experimentale de încălzire cu radiatoare cu lichid intermediar.* INCERC, Buc., *7*, 125—138 (1968).
5. Jukel A., *Stadiul actual și tendințele de dezvoltare a tehnicii încălzirii în construcții de locuințe și în construcții de folosință generală în R.S.C.* Comunicare prezentată la Congresul internațional de încălzire a clădirilor, Varșovia, 1963.
6. Kamler W., *Alimentation directe des installations de chauffage des maisons d'habitation en eau surchauffée.* Annales de l'Institut technique du bâtiment et des travaux publics, No. *192*, 1279—1290 (décembre 1963).
7. Liveeak I. F., *Invenții și perfecționări în domeniul încălzirii centrale* (trad. din l. rusă). Ed. Min. Constr. și al Ind. Mater. de Constr., Buc., p. 114, 1953.

ÉTUDES SUR LES RADIATEURS À FLUIDE INTERMÉDIAIRE AVEC DES ÉLÉMENTS EN VERRE

(Résumé)

On présente les résultats de l'expérimentation de nouveaux radiateurs à fluide intermédiaire avec des éléments en verre. On présente les conclusions concernant leur valorisation en estimant en même temps les économies valoriques et en métal pouvant résulter de l'utilisation généralisée de ces radiateurs.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.436

INSTALAȚIE EXPERIMENTALĂ PENTRU STUDIUL ÎNTÎRZIERII LA AUTOAPRINDERE ÎN MOTOARELE DIESEL

DE

SORIN SOPA

1. Introducere

Întîrzierea la autoaprindere este un fenomen care caracterizează motoarele Diesel și pentru a cărui studiere experimentală este necesară o aparatură și o instalație de înaltă precizie.

Instalația experimentală trebuie să asigure obținerea diagramelor indicate cu o precizie și o reproductibilitate satisfăcătoare. O deosebită atenție trebuie acordată măsurătorilor de timp, respectiv a întîrzierii la autoaprinderi, din abscisa acestor diagrame, mărimi necesare determinării fazelor duratei τ_{aa} de întîrziere la autoaprindere.

Într-o lucrare anterioară s-a prezentat un model fizico-chimic al fenomenelor ce au loc în timpul duratei întîrzierii la autoaprindere, sub forma:

$$\tau_{aa} = \tau_{\text{fizic}} + \tau_{\text{chimic}}, \tag{1}$$

$$\tau_{\text{fizic}} = \tau_{\text{vaporizare}} + \tau_{\text{amestecare}}, \tag{2}$$

$$\tau_{\text{chimic}} = \tau_{\text{chimic autocatalitic}} + \tau_{\text{chimic termic}}. \tag{3}$$

Studiul experimental al acestor faze se realizează în baza diagramelor indicate, ridicate cu ajutorul unei instalații special adaptate acestui scop (fig. 1).

Această instalație este formată din: *1*—instalația experimentală IT9-3M; *2*—traductor piezoelectric; *3*—celulă fotoelectrică; *4*—disc inelar transparent; *5*—amplificator de curent continu; *6*—osciloscop cu două spoturi; *7*—amplificator de impulsuri; *8*—traductor de ac; *9*—grup de sincronizare.

2. Instalaţia experimentală

În execuţia acestei instalaţii s-a ţinut seama de experienţa cîştigată cu privire la măsurătorile de precizie ale timpului din lucrarea [1].

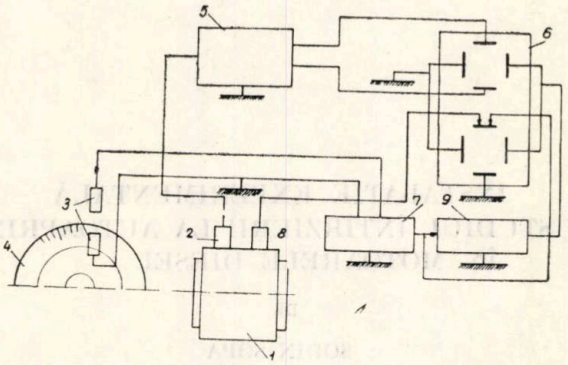


Fig. 1

2.1. Instalaţia experimentală IT9–3M

Această instalaţie este fabricată în URSS şi corespunde la GOST 3122–52. Ea se compune din următoarele părţi principale: motorul Diese cu anexele şi motorul electric de antrenare.

2.1.1. *Motorul*

2.1.1.1. *Motorul propriu zis* care intră în dotarea acestei instalaţii este un monocilindru Diesel în patru timpi, cu cameră de turbulenţă, cu raport de compresie variabil, cu următoarele caracteristici: alezaj, 85 mm; cursa pistonului, 115 mm; cilindreea, 0,652 litri; raportul de compresie, 7...23; turaţia, 900 $\pm$ 10 rot/min.

2.1.1.2. *Ungerea motorului* se realizează forţat, cu ajutorul unei pompe, la presiunea de 1,4 kg/cm^2. Acest sistem este prevăzut cu un automat care, la scăderea presiunii uleiului sub 0,9 kg/cm^2 opreşte motorul. Instalaţia este prevăzută şi cu un preîncălzitor (o rezistenţă electrică) care are rolul de a încălzi uleiul înainte de pornirea motorului şi menţinerea temperaturii cerute în timpul funcţionării sale. Pentru verificarea temperaturii şi a presiunii uleiului, motorul este dotat cu un termometru şi un manometru cu indicare de la distanţă.

2.1.1.3. *Răcirea motorului* se realizează cu ajutorul unui circuit închis în care se găseşte apă distilată. Sistemul de răcire este de tipul cu evaporare şi cu termosifon. Apa de răcire este şi ea răcită, la rîndul ei, prin intermediul unei serpentine alimentată cu apă potabilă.

Înaintea pornirii motorului, lichidul de răcire se încălzește cu un preîncălzitor special, instalat într-un racord al instalației. Temperatura lichidului de răcire se măsoară cu un termometru cu mercur iar nivelul apei se verifică cu sticla gradată pentru măsurarea apei, pe care există indicația de control 38°C. Instalația este prevăzută și cu un racord pentru răcirea injectorului.

2.1.1.4. *Alimentarea cu combustibil* (fig. 2) este alcătuită din pompa de injecție *1*, un injector de tip închis *2*, un robinet cu trei căi *3*, trei robinete de scurgere *4*, trei rezervoare de combustibil *5*, un aparat pentru măsurarea debitului de combustibil prevăzut cu scară gradată *6*. Instalația de alimentare este prevăzută cu două micrometre pentru reglarea avansului la injecție și al debitului pompei.

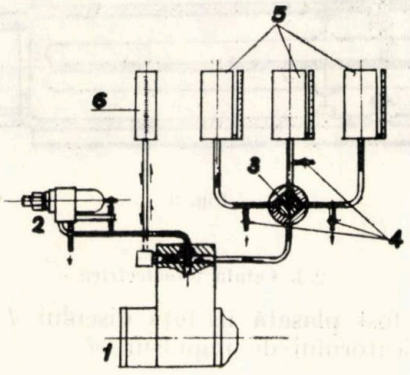


Fig. 2

2.1.1.5. *Alimentarea cu aer* a motorului (fig. 3) constă dintr-un filtru de aer prevăzut cu un preîncălzitor de aer *1*. Aerul este aspirat prin orificiile *2*, așezate la partea superioară a filtrului. Temperatura aerului aspirat poate fi controlată în permanență cu ajutorul termometrului *4*. Întreg filtrul de aer este acoperit de mantaua de tablă *3*, care are rolul de amortizor de zgomot.

2.1.2. *Motorul electric*

Este destinat pornirii și menținerii constante a turației motorului Diesel; este un motor asincron trifazat, cu o turație de 900 ± 10 rot/min și o putere de 7 kW. Antrenarea motorului Diesel se face prin intermediul a patru curele trapezoidale.

2.2. Traductorul piezoelectric

S-a montat în chiulasa motorului, într-un orificiu special practicat, un traductor de tipul P. D. 100/14 — 1 R. F. T. care poate măsura presiuni

între 0...100 atmosfere, cu o sensibilitate de $17{,}5/10^{-12}$ As/at și o frecvență proprie de 36,5 kHz.

Cu ajutorul unei pompe de ulei și al unui manometru etalon au fost efectuate măsurători de control ale sensibilității traductorului în domeniul de presiuni sus amintite, utilizînd cele patru scări de sensibilitate ale amplificatorului de curent continuu.

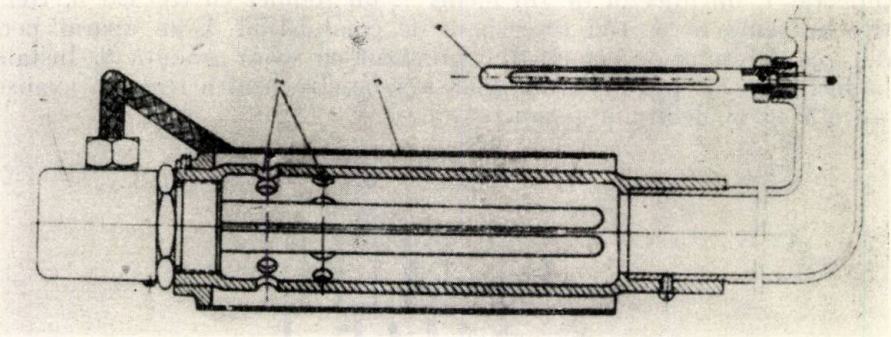


Fig. 3

2.3. Celula fotoelectrică

Această piesă a fost plasată în fața discului *4* (fig. 1). Semnalele ei sînt transmise amplificatorului de impulsuri *7*.

2.4. Discul de plexiglas

Discul, cu un diametru de 500 mm, a fost montat rigid pe volantul motorului Diesel. Pe circumferința sa s-au realizat sectoare opace, cu o lățime de 0,4 mm, după necesitate, fiecare la o distanță de 10°RAC una de cealaltă. Unul din sectoare corespunde poziției PMI al pistonului motorului Diesel.

Marcajul realizat pe discul de plexiglas a putut fi înregistrat pe ecranul osciloscopului la scara 1 mm = 0,5°RAC.

2.5. Amplificatorul de curent continuu

S-a folosit tipul Gv — 2.A.1 — R.F.T., destinat măririi sau micșorării amplitudinilor celor două spoturi ce apar pe ecranul osciloscopului și în special al semnalului dat de traductorul piezoelectricului.

2.6. Osciloscopul

Tipul EMG — 1546 (TR—4401) cu amplificator EMG 1599-U-2 (TYP TR—4705), cu două spoturi.

2.7. Amplificatorul de impulsuri

Este un aparat construit special în acest scop. Acest amplificator preia semnalul dat de sectorul opac al crestăturii practicate pe discul de plexiglas. Semnalul este recepționat de celula fotoelectrică și transformat într-un impuls de 0,4 V. Acest impuls ajunge la amplificatorul amintit mai sus și care are în componența sa trei tranzistori EFT—308, destinați

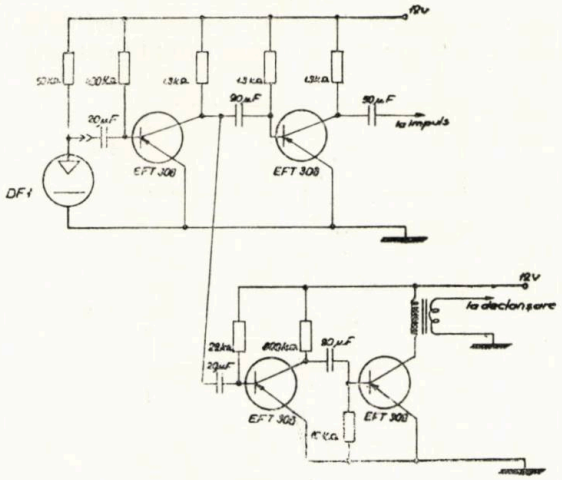


Fig. 4

acestei amplificări. Al patrulea tranzistor EFT—308 dă un semnal de marcaj corespunzător unghiului de rotație al volantului prin modularea luminozității spotului *I* sau prin impulsuri verticale subțiri pe cel de al doilea spot al osciloscopului. În experiențele noastre s-a utilizat această a doua soluție. În fig. 5 se poate vedea diagrama indicată pentru alfa-monometil-naftalină, cu parametrii indicați pe figură. Sub diagramă dar deasupra liniei ce indică presiunea atmosferică, se poate observa înregistrarea crestăturilor de pe discul de plexiglas (înregistrate la cea mai mică amplitudine a lor).

Ambele spoturi ale osciloscopului se deplasează pe orizontală sincron. Cel de al doilea spot este acționat și pe verticală de același amplificator de impulsuri, care pe lîngă impulsurile de marcaj dă și impulsurile de declanșare, așa după cum s-a arătat și mai sus.

2.8. Traductorul de ac

Pentru a putea determina cu precizie momentul începerii injecției de combustibil, s-a considerat oportună construirea unui aparat special adaptat acestui scop. Se menționează că o instalație similară a fost utilizată în [2].

Traductorul de ac reprezentat în fig. 6 constă dintr-o lampă incandescentă de tip sofit, cu filament liniar *1*, alimentată de la o baterie de acumulatori de 6 V. Lampa este plasată în dreptul tijei acului de injecție *2* și paralel cu aceasta. În partea opusă lămpii este plasată o celulă fotoelectrică *3* de tip 03CV Tungsram, cu electrozii liniari, legată în paralel cu o rezistență *4* de 7 MΩ și 0,25 W. Celula fotoelectrică este legată la o rețea de 110 V iar printr-un cablu blindat *5* este racordată la osciloscop, pentru legarea la cel de al doilea spot. Legarea la osciloscop se face cu ajutorul unei banane de radio pentru ca aceasta să fie ușor demontabilă în cazul în care în locul amplificatorului respectiv se leagă amplificatorul de impulsuri.

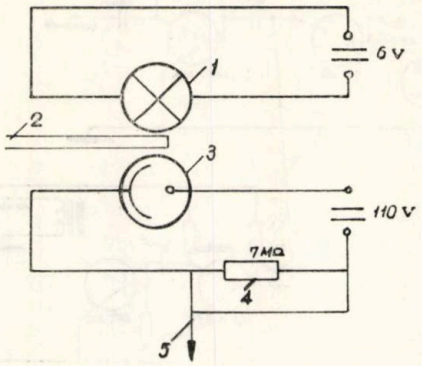


Fig. 6

În fig. 7 se poate vedea o diagramă indicată, sub care apare linia ce indică începutul și sfîrșitul injecției, cu precizie. Ca material s-a utilizat un amestec etalon format din 70% Cetan și 30% alfa-monometil-naftalină, restul parametrilor fiind înscriși direct pe figură.

3. Concluzii

Avantajele instalației prezentate sînt pe scurt următoarele:

1. Spoturile osciloscopului pot fi declanșate din orice poziție a volantului.

2. Odată spotul declanșat, alte sectoare opace trasate pe disc, după necesitate, dau marcaje ale valorilor unghiului RAC (sau timpul) pentru cîmpul de investigații care interesează în cercetări, fără să mai aibă vreo influență asupra mișcării pe orizontală a spotului.

3. Modificarea momentului de declanșare a spoturilor, precum și a marcajelor de timp se face foarte ușor, prin ștergerea sectoarelor opace care nu mai interesează și trasarea altor noi.

4. Precizia măsurătorilor de timp este ridicată, eroarea maximă fiind de 0,2°RAC.

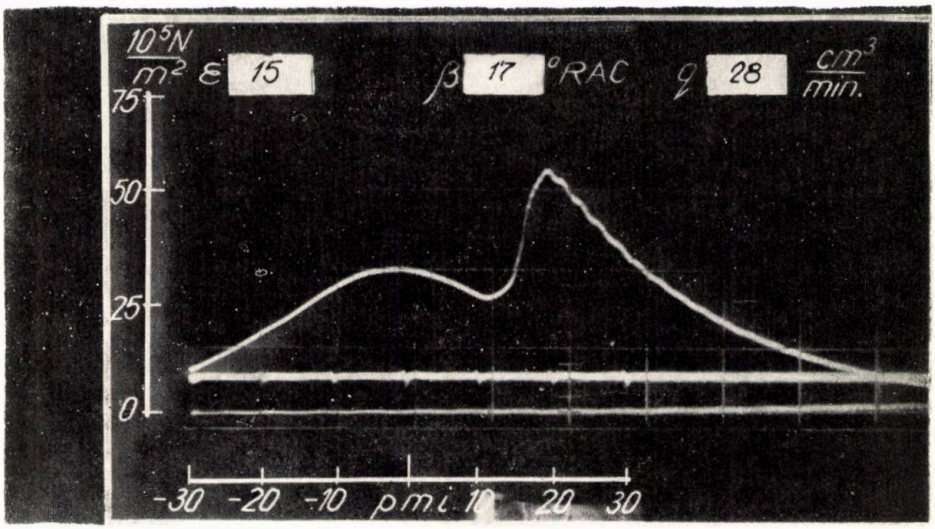

$10^5 N/m^2$
ε 15
β 17 °RAC
q 28 $cm^3/min.$
75
50
25
0
-30 -20 -10 p.m.i. 10 20 30

Fig. 5

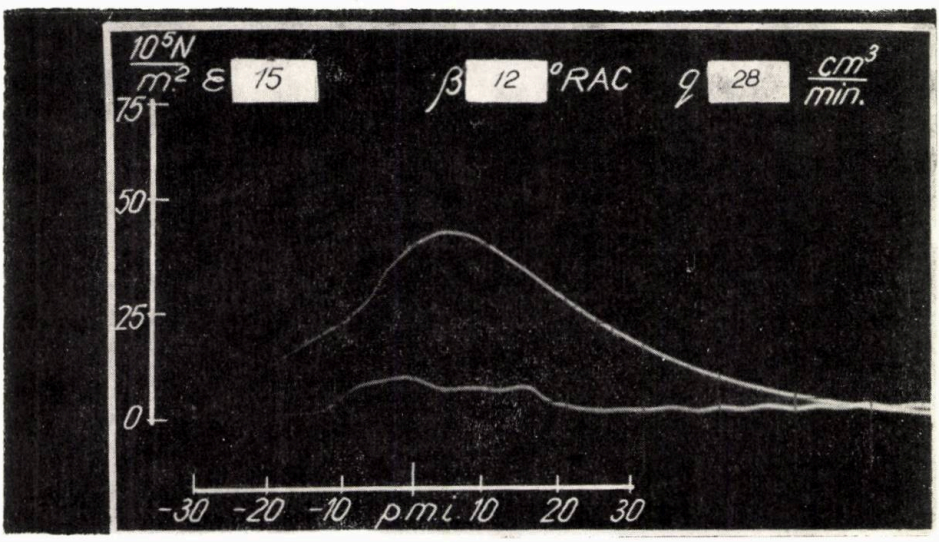

$10^5 N/m^2$
ε 15
β 12 °RAC
q 28 $cm^3/min.$
75
50
25
0
-30 -20 -10 p.m.i. 10 20 30

Fig. 7

5. Impulsurile de marcaj evidențiate cu ajutorul celui de al doilea spot permit obținerea curbelor presiune-timp fără deformări, ceea ce prezintă o mare importanță atît pentru măsurători cît și pentru studiul procesului în sine.

Această instalație, cu mici modificări, poate fi utilizată și pentru alte domenii de cercetare cum ar fi: studiul influenței aditivilor asupra întîrzierii la autoaprindere în motoarele Diesel, studiul diferiților parametri termodinamici ai motorului Diesel, etc.

Primită la 30 ianuarie 1973

Institutul agronomic, Cluj,
Catedra de mașini agricole

BIBLIOGRAFIE

1. Peretz D., *Contribuții la studiul fenomenului de detonație în motoarele cu aprindere prin scînteie.* Teză de doctorat, Inst. polit. Iași, 1969.
2. Gaiginschi E., Simionescu A., Homutescu A., *Cercetări experimentale privind influența unor aditivi asupra întîrzierii la autoaprindere a unor motoare românești.* Conf. Internațională de Motoare, Buc., 1970.

EXPERIMENTAL UNIT FOR THE STUDY OF SELF-IGNITION DELAY IN DIESEL ENGINES

(Summary)

The paper presents an experimental unit (equipment) made for the study of delay for self-ignition in Diesel engines, providing quite a high degree of accuracy. The general assembly is based upon the IT9-3M experimental equipment made in USSR, employed for ignitability determination of Diesel fuels, respectively of cetane number.

A piezoelectric transducer, a photoelectric cell, a transparent plexiglass disk, a direct current amplifier and an electron impulse transducer have been assembled on it, by means of which we obtained accurate time recording on the developed diagram from the screen of the oscilloscope. A transducer has also been made for the injector needle displacement, by whose means we accurately obtain the starting and the end on the same diagram. Thus, we can experimentally verify the three relations for the delay time in Diesel engine self-ignition, namely

$$\tau_{aa} = \tau_{\text{physical}} + \tau_{\text{chemical}},$$

$$\tau_{\text{physical}} = \tau_{\text{vaporization}} + \tau_{\text{mixture}},$$

$$\tau_{\text{chemical}} = \tau_{\text{autocatalytic}} + \tau_{\text{chemical thermic}}.$$

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

У.Д.К. 621.436

ВЛИЯНИЕ ВОЗДУХА ВВЕДЕНОГО В ТОПЛИВНУЮ СИСТЕМУ НА РАСХОД ТОПЛИВА ДИЗЕЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ Д—103[1])

АУРЕЛИАН СИМИОНЕСКУ, АЛЕКСАНДРУ БЫРЖОИАНУ,
ЭМИЛ ЛЭЗЭРЕСКУ и КОНДРАТ-АДРИАН ХОМУТЕСКУ

1. Введение

Нефтяные топлива (бензины, дизельные топлива и другие) содержат газы (в особенности воздух и водяные пары) в двух видах: как маленькие пузыри и растворенные в жидкости [3].

Воздух и составляющие его газы, в том числе водяной пар проникают в жидкое топливо при его перемещение (мешание) и растворяются в процесе диффузии. Растворимость газов в жидком топливе зависит от химической структуры топлива (в данном случае от сорта топлива), природы и частичного давления растворяющегося газа, температуры окружающей среды, а так же и от наличия в растворителе коллоидных веществ или веществ которые увеличивают активность граничного слоя жидкость-газ.

Аэрация жидких топлив происходит за счет вовлечения воздуха в топливо при ее распыливание: перекачки, слив открытых струй и т. п. Во время таких операций воздух проникает в толщину жидкости в виде пузырьков. При перемещении и выделении пузырьков газа из жидкости, за счет частичного растворения газа в жидкости, объем пузырьков уменшается. Растворение в жидкости вплывающих газовых пузырьков представляет собой диффузионный процесс. Во время этого процесса на граничной поверхности жидкость-газ образуется насыщенным газом раствор и имеет место перенос веществ от поверхности в толщину жидкости.

Выше показаный механизым выясняет наличие в жидких топливах растворено воздуха, а так же и воздуха в виде пузырей. С увеличением давления топлива находящегося в гидравлической системе малень-

---

[1]) Представленное на научной сессии Ясского политехнического Института, 2 - 4 июля 1970 г.

кие пузырьки воздуха растворяются практично в цельности и топливо является практично как однофазная жидкость.

В литературе [2] для жидких топлив при температуре 20° С и давление насыщения 1 ат, в зависимости от вязкости топлива, находятся значения для объема растворенного воздуха равные 0,17—0,117. Большее значение величины относится к бензинам, меньшее — к топливам, по вязкости близким к минеральным маслам.

При одинаковых температурах растворимость кислорода в топливе значительно больше, чем азота [2]. Тот факт, что растворимость кислорода в углеводородных смесях (топливах) больше чем азота, сказывается на качестве топлива во время накопления и при эксплуатации, так как повышается интенсивность окисления составляющих углеводородов.

На основание выше упомянутых примечаний авторы выразили следующую гипотезу: введение соответствующегося количества воздуха в дизельное топливо находящееся в топливной аппаратуре дизельного двигателя приводит к увеличению количества воздуха (в том числе кислорода) растворенного и вовлеченого в движение вместе с топливом которое впрыскивается в цилиндр двигателя, улучшая процессы смесеобразования и сгорания — то, что заключается в уменьшение удельного расхода топлива.

2. Экспериментальная установка

Для экспериментальной проверки выше упоменутой гипотезы был проведен ряд сравнительных испытаний работы тракторного двигателя типа Д—103 (номинальная мощность 60 л. с., максимальная мощность 65 л. с., литраж 4 760 см^3, единообразная камера сгорания и прямой впрыск топлива) при обыкновенном режиме и при условии введения количества воздуха в систему топливоподачи, на магистраль низкого давления.

Сравнительные испытания работы двигателя при нагрузке были проведены на стенде с гидравлическим тормозом и гравиметрическим измерением расхода топлива.

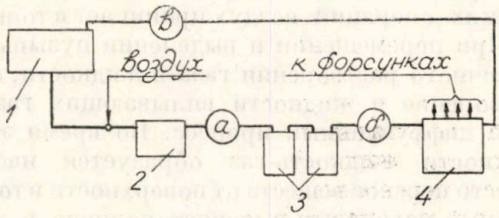


Рис. 1.—Принципиальная схема топливной системы, с указанием точек где измерялось содержание воздуха в дизельном топливе: *1* — бак; *2* — подкачивающий насос; *3* — фильтры; *4* — топливный насос высокого давления; *а*, *б*, *в* — точки измерения.

Одновременно провелись измерения содержания воздуха в топливе в различных точках системы впрыска топлива (рис. 1).

Измерения содержания воздуха провелись методом основанном на измерении увеличения давления в закрытом объеме где находились и пробы дизельного топлива (увеличение за счет отделения воздуха). Измерения проводились при помощи прибора описанного в статье [4].

Введение дополнительного воздуха проводилось через сопло диаметром 0,15—0,40 мм. Подкачивающий насос всасывает вместе с топливом воздух от забора воздуха находящегося после воздухоочистителя двигателя.

3. Экспериментальные результаты

Экспериментальные испытания показали, что целесообразными являются соплы диаметром 0,15—0,40 мм. Испытание некоторых соплов с диаметром больше чем 0,40 мм показало нестабильную работу двигателя, потому что количество воздуха введеного в топливо достигает значений при которых в топливовпрыскивающей системе образуются пробки газа которые дают нерегулярность в питание двигателя.

Двигатель работал соответственно при режиме с введением дополнительного воздуха через соплы с диаметром около 0,2 мм.

Измерения во время работы двигателя с введением воздуха через сопло диаметром 0,18 мм дали следующие значения содержания воздуха в дизельном топливе (таблица 1) :

Таблица 1

Точка измерения	Содержание воздуха в топливе в процентах из топливного объема	
	работа при обыкновенном режиме	работа при режиме с дополнительным воздухом
а	4,50	4,87
б	4,65	5,05
в	4,70	4,92

Измерения проведены при постоянной скорости и максимальной нагрузке (на внешней характеристике двигателя) показали, что вообще, при работе двигателя с дополнительным воздухом вовлеченным в топливовпрыскивающую систему на магистраль низкого давления, мощность двигателя менше, чем при обыкновенном режиме и в то же время эффективный уделный расход топлива значительно уменьшается (при режиме с дополнительным воздухом), рис. 2.

В рис. 2 заметно, что при мощности приблизительно до 56 л. с. и скорости 1 400 об/мин уменьшение мощности при работе двигателя с дополнительном воздухом незначительное. Для скорости больше чем 1 400 об/мин, уменьшение мощности более выраженное. В то же время замечается, что при скорости близкой к соотвествующей максимальному вращающемуся моменту (1 250 об/мин) эффективный удельный расход топлива значительно уменьшается, во время чего эффективная мощность изменяется незначительно.

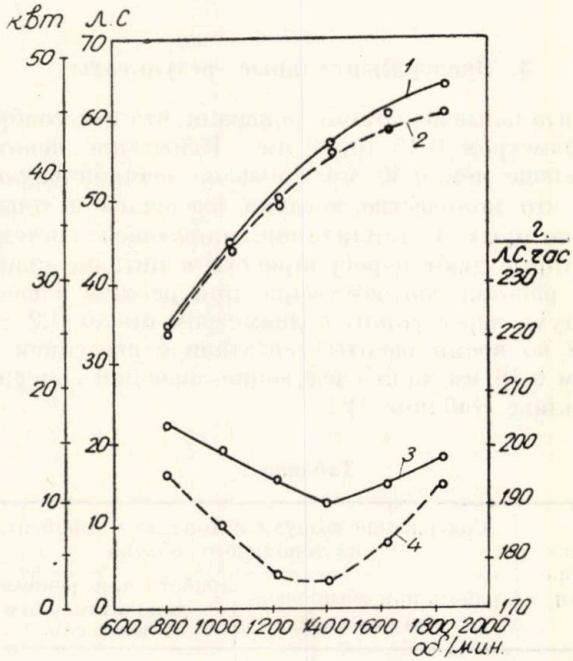


Рис. 2. — Скоростные характеристики двигателя Д—103 при тотальной нагрузке; *1* — эффективная мощность при обыкновенном режиме; *2* — эффективная мощность при режиме с дополнительным воздухом; *3* — эффективный удельный расход топлива при обыкновенном режиме; *4* — эффективный удельный расход топлива при режиме с дополнительным воздухом.

Экономия топлива измеренная экспериментально при работе двигателя при постояной мощности, введение дополнительного воздуха через сопло диаметра 0,18 мм и скорости 1 100—1 700 об/мин преставляет около 5% (таблица 2).

Таблица 2

Режим работы двигателя	Скорость об/мин	Мощность л. с.	Эффективный удельный расход г/л.с. час	Экономия топлива г/л.с. час
Обыкновенный	1600	50	190.7	8,2
С введением воздуха	1600	50	182.5	
Обыкновенный	1400	50,6	194,0	11.5
С введением воздуха	1400	50,6	182,5	

4. Выводы

1. Результаты экспериментальных исследований подтверждают предположение авторов, что введение соответствующего количества дополнительного воздуха в топливовпрыскивающую систему автотракторного дизеля на магистраль низкого давления, приводит к уменьшению эффективного удельного расхода топлива.

2. При рабочих скоростях румынского дизеля типа Д—103 и экспериментальных условиях использованных авторами (1 100—1 700 об/мин) экономия топлива преставляет около 5%.

3. Авторы осуществили простую установку для введения дополнительного воздуха в дизельное топливо, основанную на всасывание воздуха подкачивающим насосом от забора воздуха находящегося после воздухоочистителя двигателя, через соответствующее сопло.

Поступила в 1 X 1973

Ясский центр технических и физических исследований,
Отделение термооборудований,
Яссы

ЛИТЕРАТУРА

1. Балакин В. И., Еремеев А. Ф., Семенов В. Н., *Топливная аппаратура быстроходных дизелей.* Машиностроэние, Л., стр. 209 — 210, 1967.
2. Чертков Я. В., *Современные и перспективные углеводородные реактивние и дизельные топлива.* Изд. „Химия", М., стр. 204 — 210, 1968.
3. Gaiginschi E., Simionescu A., Homutescu C. A., Bârjoianu A., Lăzărescu E., *Influența bulelor de gaze în instalația de injecție a motorului Diesel de tractor.* Cercetare executată în baza contractului nr. *5588* din 28 mai 1969 între Academia R. S. R. Filiala Iași, Centrul de cercetări tehnice și fizice, și Uzina mecanică fină Sinaia.
4. Lăzărescu E., Bârjoianu A., *Măsurarea conținutului de aer din combustibilii lichizi.* Comunicarea *IX.h* la Conferința de motoare cu ardere internă, București, 15—27 iunie 1970.

INFLUENŢA AERULUI INTRODUS ÎN CIRCUITUL DE ALIMENTARE ASUPRA CONSUMULUI DE COMBUSTIBIL LA MOTORUL D—103

(Rezumat)

Se prezintă unele cercetări experimentale asupra influenţei aerului introdus în circuitul de injecţie al unui motor cu autoaprindere prin compresiune, asupra funcţionării acestuia. Se dau rezultatele încercărilor efectuate asupra unui motor de tractor de tip D—103 la regimuri de funcţionare cu cantităţi diferite de aer conţinut în motorină.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.D. 621.438

RECHERCHES SUR LE MODELAGE PAR SIMILITUDE DES CHAMBRES DE COMBUSTION POUR LES TURBINES À GAZ FONCTIONNANT À COMBUSTIBLE GAZEUX

III. EXPÉRIENCES

PAR

DAN URSESCU et VICTOR ZUBCU

1. Introduction

Dans [1] on a obtenu théoriquement un ensemble de conditions de modelage qui peut être vérifié avec l'installation expérimentale présentée dans [2].

Dans cette Note y sont analysées les expériences effectuées pour vérifier et déterminer le domaine d'application de l'ensemble des conditions de modelage obtenu théoriquement.

2. Expériences

Parmi tous les régimes de marche des chambres de combustion pour les turbines à gaz, les plus difficiles pour modéler sont les régimes caractérisées par des petites vitesses et pressions, donc les régimes de start et de ralenti. En effet, aux régimes de start et de ralenti les fluctuations statistiques de la flamme ont une fréquence plus réduite et les déviations par rapport aux valeurs moyennes sont plus facilement sesisables par les apareilles de mesure.

À des pressions élevées, les sections du tube de flamme sont mieux remplies, ce qui a comme effet un amplacement plus précis des différentes zones de la flamme, par rapport aux éléments constructifs du tube de flamme. Par conséquence, à des pressions élevées, le processus de combustion est plus facile à modeler.

D'autre part, l'acroissement de la pression réduit la durée des réactions chimique, en réduissant l'importance des phénomènes de combustion par rapport aux phénomènes d'écoullement, qui peuvent être modelés plus facilement.

En raison des difficultées au modelage présentées par les régimes de vitesse et de pressions réduites, leur étude doit être fait avec priorité.

Dans cet ouvrage on n'a expérimenté que ces régimes.

La partie expérimentale se réfère seulement au processus qui se passe dans le tube de flamme, parce que en general, le processus de mélange entre le combustible et l'air ainsi que le processus de combustion se déroulent seulement dans le tube de flamme. La chemise extérieure joue seulement le rôle de conduit d'air.

Puisque les systèmes d'invariantes établits théoriquement ne donnent pas la valeur précise du rapport entre les débits par la chambre model et la chambe prototype, un autre but de ces expériences a été la détermination exacte de ce rapport, c'est a dire la détermination exacte de l'exposant $\varkappa$ de la relation [1, (15)] $G/G^* = m^{\varkappa}$, ou m est l'échelle du modèle.

On a effectué quatre séries des determinations, corespondant aux quatres famillies des chambres de combustion présentées dans [2].

Les résultats des mesures effectuées au long de l'axe des chambres de combustion ont été représentés par des coordonées adimensioneles. En respectant des conditions de modelage établites théoriquement on a tracé trois types de courbes :

1. La variation des températures adimensioneles en fonction de la distance adimensionele mesurée au long de l'axe de la chambre de combustion, pour le modèle et le prototype ; donc des courbes $\overline{T} = f_1(\overline{x})$. Les températures adimensioneles ont été calculées comme raport entre la température dans le point respectif et la température à l'entrée dans la chambre de combustion : $\overline{x} = x/d_0$, ou d_0 est le diamètre du tube de flamme.

2. La variation des températures adimensioneles dans les points homologues de la chambre de combustion, pour le modèle et le prototype, en fonction d'excès total d'air ; donc des courbes $\overline{T} = f_2(\alpha)$.

3. La variation du courant adimensionelle moyen d'ionisation, définie comme le rapport entre le courant d'ionisation dans le point respectif et : soit le courant moyen mesuré dans une section de référence choisie par raport aux conditions expérimentales en fonction de la coordonée adimensionele mesurée au long de l'axe, soit le courant d'ionisation maximum ; donc des courbes $\overline{i} = f_3(\overline{x})$.

Comme origines des axes des coordonées on a choisi le point d'intersection entre l'axe de la chambre et le plan qui contient la section de sortie du dispositif de mélange.

Pour vérifier ces conditions de modelage on a représentée sur la même diagramme par coordonées adimensioneles, les courbes de variation de la température et du courant d'ionisation, pour des régimes qui conservent les conditions de modelage obtenues théoriquement. Le degré de superpo-

sition des ces courbes reflète la mesure dans laquelle la similitude des processus a été réalisée.

Afin qu'on puisse vérifier les conditions de modelage obtenu théoriquement, pendent des expériences dans toutes les situations on a gardé la même pression et la même température au modèle et au prototype.

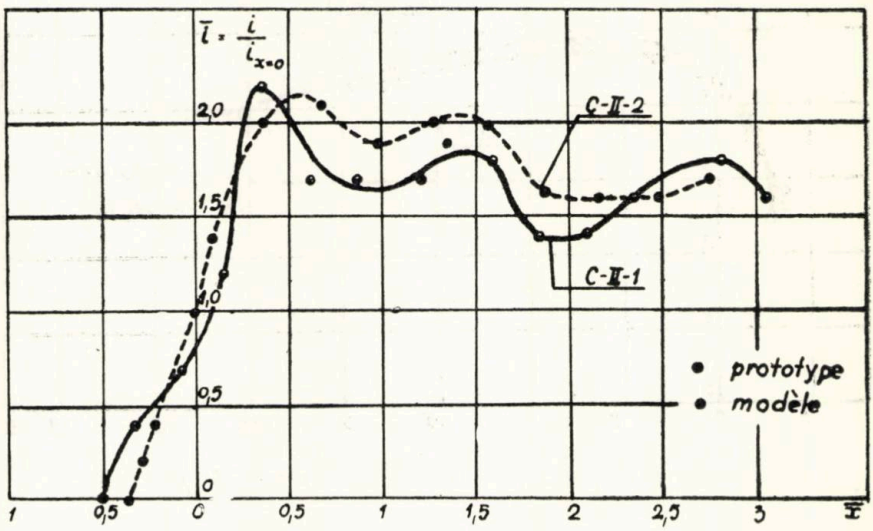


Fig. 1 — Chambres CII -1 et C II-2 : $\bar{i} = f_2(\bar{x})$, $\alpha = 6{,}28$ et $\varkappa = 2{,}75$.

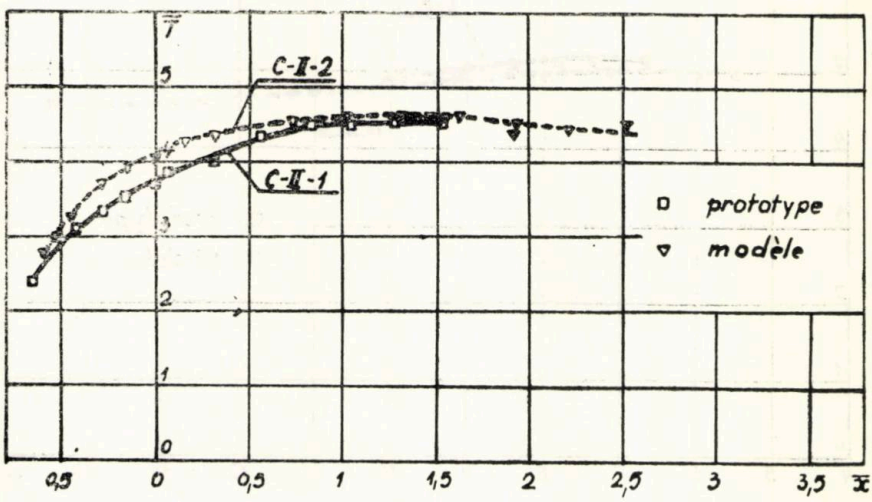


Fig. 2 — Chambres C II-1 et C II-2: $\bar{T} = f(\bar{x})$, $\alpha = 6{,}28$ et $\varkappa = 2{,}75$.

Dans les fig. 1...6 sont représentées une partie des courbes expérimentales de type $\overline{T} = f_1(\overline{x})$, $\overline{T} = f_2(\alpha)$ et $\overline{i} = f_3(\overline{x})$, tracées pour les quatres famillies de chambres de combustion.

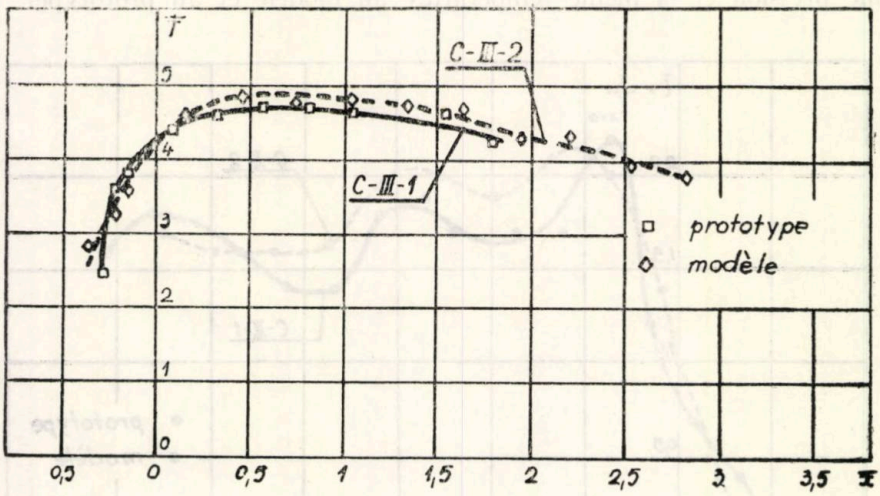


Fig. 3 — Chambres C III-1 et C III-2 : $\overline{T} = f(\overline{x})$, $\alpha = 5{,}70$ et $\varkappa = 3{,}02$.

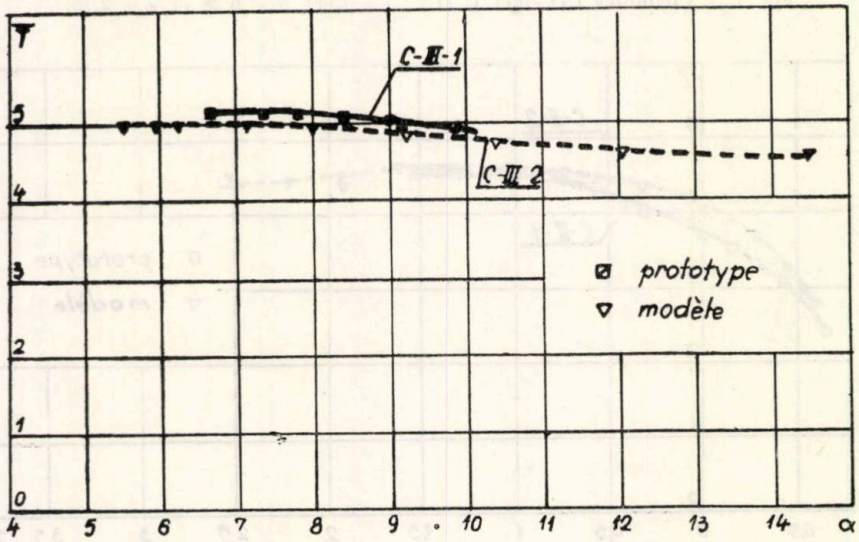


Fig. 4. — Chambres C III-1 et C III-2 : $\overline{T} = f_1(\alpha)$, $\overline{x} = 1{,}175$ et $\varkappa = 2{,}78$.

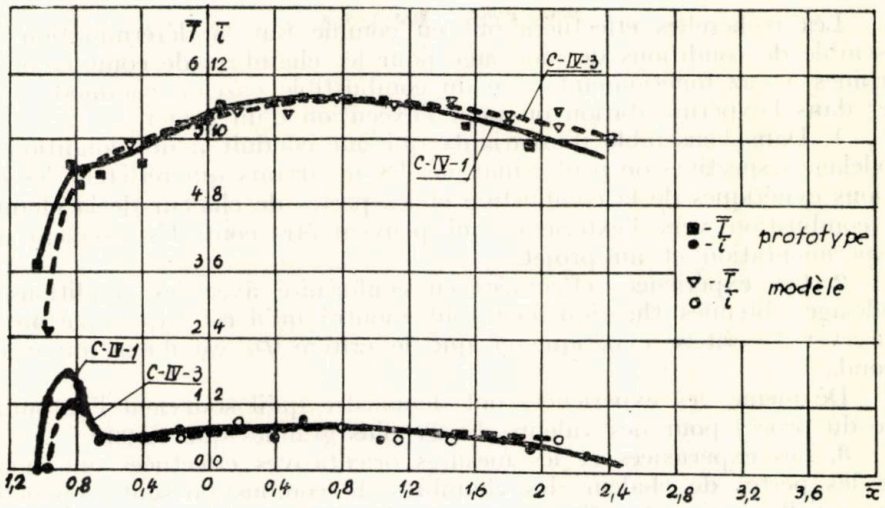


Fig. 5 — Chambres C IV-1 et C IV-3 : $\overline{T} = f(\overline{x})$ et $\overline{i} = f_2(\overline{x})$; $\alpha = 4{,}47$ et $\varkappa = 2{,}90$.

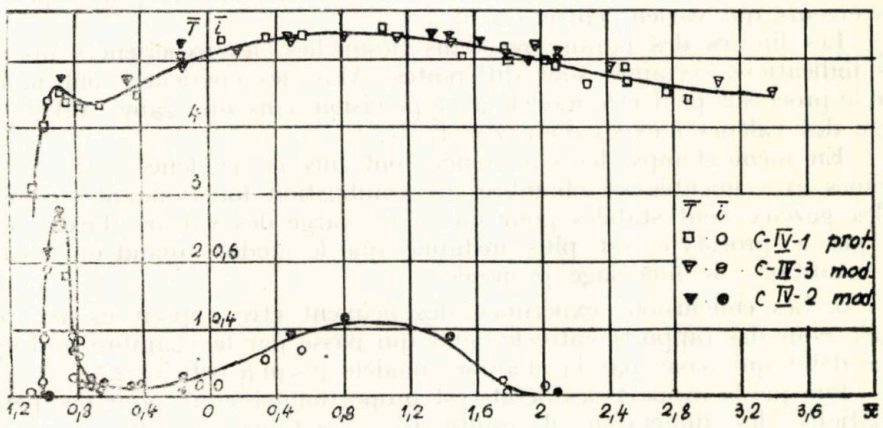


Fig. 6 — Chambres C IV-1, C IV-2 et C IV-3 : $\overline{T} = f(\overline{x})$ et $\overline{i} = f_2(\overline{x})$; $\alpha = 4{,}06$, $\varkappa = 3{,}1$ et $\varkappa = 3{,}16$.

Dans les fig. 7...10 sont représentées les oscillations du courant d'ionisation dans des points homologues. Les enregistrements se réfèrent au régime représenté dans la fig. 6.

3. Conclusions

Les recherches effectuées ont eu comme but la détermination d'un ensemble de conditions de modelage pour les chambres de combustion des turbines à gaz fonctionnant avec du combustible gazeux, commode à manier dans l'expérimentation ou pour l'exécution d'un projet.

1. Dans l'ensemble d'invariants qui ont conduit à des conditions de modelage respectives on peut rémarquer les invariants qui réflètent les conditions cynétiques de la combustion et les pertes de chaleur de la chambre de combustion vers l'extérieur, qui peuvent être controlés aisément dans l'expérimentation et au projet.

2. Les expériences effectuées en conformité avec les conditions de modelage obtenues théoriquement ont montré qu'il est très important de conserver le critère cynétique et que le critère $\mathcal{P}e$ est d'une importance secondaire.

De même, les expériences ont demonstré qu'il sourvient l'automodelage du procès pour des valeurs de $\mathcal{R}e$ plus grandes que **12 000**.

3. Les expériences et les mesures orientatives effectuées ont montré que les pertes de chaleur des chambres de combustion sont trop petites pour qu'elles puissent influencer en un degré appréciable, le modelage du processus.

4. Utilisant l'ensemble des conditions de modelage obtenu théoriquement et les mesures effectuées sur la chambre modèle, on peut déterminer les valeurs des champs des paramètres dans la chambre prototype avec des erreurs qui varient entre 1,5...6%.

Les limites des paramètres dans lesquelles les expériences donnent des indications certaines sont différentes. Ainsi les epériences ont montré que le processus peut être modelé avec precision dans une game suffisament large des valeurs d'excès d'air $\alpha = 1...17$.

En même temps, les expériences ont mis au évidence que pour les régimes expérimentés les chambres de combustion fonctionnant à combustibles gazeux sont stabiles pour une game large des valeurs d'excès d'air et que le prototype est plus instabile que le modèle quand on respecte les conditions de modelage proposées.

5. Les conclusions expérimentales peuvent être appliquées avec certitude pour des rapports entre le débit qui passe par la chambre prototype et le débit qui passe par la chambre modèle jusqu'a $G/G^* = 2{,}5$.

Puisque le rapport des débits est proportionnel à m^3, pour des petites variations des dimensions il résulte des variations importantes des débits de gaz et de chaleur furnies par la chambre de combustion, fait qui est avantajeux pour l'expérimentation et pour l'établissement du projet.

6. Les expériences ont mis en évidence qu'une similitude géométrique très rigoureuse n'est pas nécessaire surtout pour les éléments de détail (nombre et épaisseur des ailletes, nombre et diamètre des orifices etc.) et que les chambres dotées des dispositifs de mélange qui assurent un turbillonage du fluide actif peuvent être modelées plus aisément.

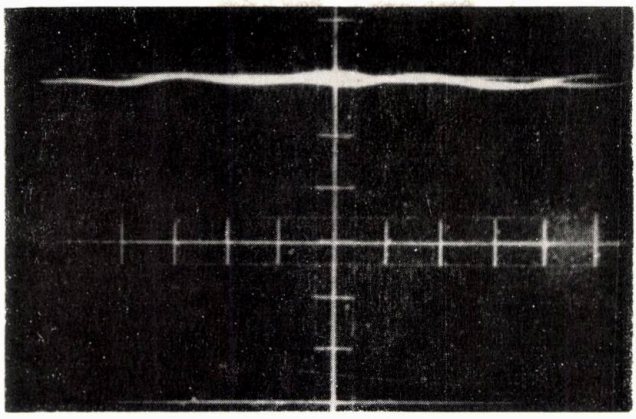


Fig. 7

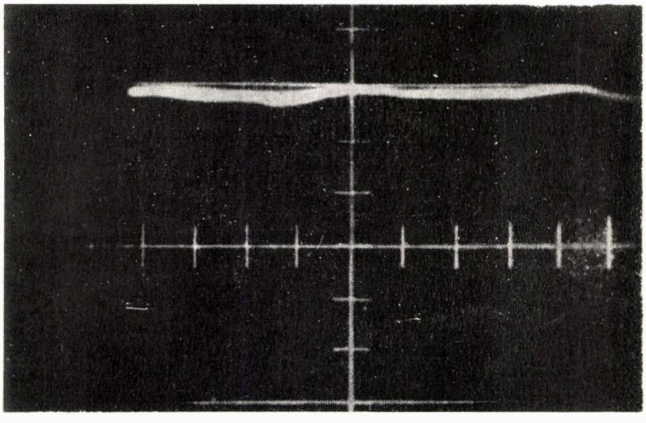


Fig. 8

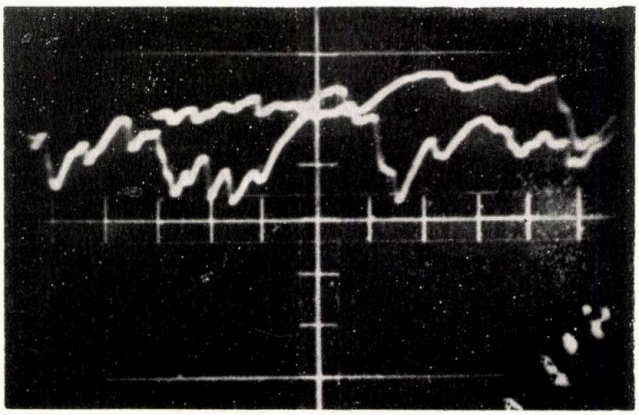


Fig. 9

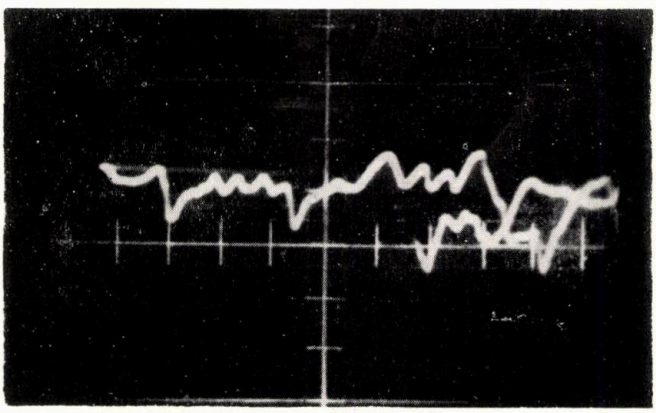


Fig. 10

7. Les courbes d'ionisation tracées ont montré une bonne coïncidence malgré l'instabilité de ce paramètre, ce qui rende plus fermes encore les conclusions relatives à la correctitude de l'ensemble proposé, en ce qui concerne la possibilité de déterminer, par des mesures effectuées sur le modèle, la position qui sera occupée dans la chambre prototype, par les zones dans lesquelles les réactions chimique ont l'intensité maximum.

Le courant d'ionisation s'est relevé comme un traceur complexe des processus qui se passent dans les chambres de combustion, mettant en évidence les aspects liés de la structure tourbulente du flux de fluide actif, par l'étude des oscillations du courant d'ionisation à l'aide d'un oscilloscope.

8. Les conclusions des ces expériences peuvent être appliquées directement aux régimes de start et de ralenti qui sont caracterisés par des pressions et des températures réduites.

En raison de leur simplicité et de leur caractère général il est très probable que les ensembles des conditions de modelage peuvent être appliqués dans un domaine plus large, mais en ce cas, évidemment, il est nécessaire d'effectuer des expériences suplimentaires surtout pour déterminer les limites en dehors desquelles apparaissent des erreurs inadmisibles.

9. L'ensemble des conditions de modelage étudié, peut être aussi appliqué pour les chambres de combustion à combustibles prévaporisés.

10. L'ensemble des conditions de modelage proposé peut être utilisé pour l'établissement d'un projet d'une chambre de combustion qui possède un schéma constructif nouveau, utilisant les données expérimentales obtenues sur une chambre modèle et aussi pour l'établissement d'un projet d'une chambre de combustion d'une capacité différente, mais géométrique semblable avec une chambre de combustion qui donne satisfaction en service.

11. Parce que l'établissement d'une méthode générale de modelage nécessite encore d'autres investigations théoriques et expérimentales, cet ouvrage doit être consideré comme une contribution à l'élaboration d'une telle méthode.

Reçue le 24 avril 1973

Institut Polytechnique, Jassy
Chaire de Thermotechnique
et de Machines thermiques

BIBLIOGRAPHIE

1. Ursescu D., Zubcu V., *Recherches sur le modelage par similitude des chambres de combustion pour les turbines à gaz fonctionnant à combustible gazeux* (I). Bul. Inst. polit. Iaşi, **XIX (XXIII)**, *1—2*, s. IV (1973).
2. Ursescu D., Zubcu V., *Recherches sur le modelage par similitude des chambres de combustion pour les turbines à gaz fonctionnant à combustible gazeux* (II). Bul. Inst. polit. Iaşi, **XIX (XXIII)**, *3—4*, s. IV (1973).

CERCETĂRI ASUPRA MODELĂRII PRIN SIMILITUDINE A CAMERELOR DE ARDERE PENTRU TURBINELE CU GAZE FUNCȚIONÎND CU COMBUSTIBIL GAZOS

III. Experiențe

(Rezumat)

În această parte a lucrării se analizează rezultatele experiențelor efectuate cu ajutorul instalației prezentate în [2], pentru verificarea ansamblului de condiții de modelare obținut pe cale teoretică în [1].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.02

CERCETĂRI COMPARATIVE ASUPRA DURABILITĂȚII ȘI DINAMICII AȘCHIERII CU BURGHIE ASCUȚITE DUPĂ PROCEDEUL „ELBITOR" ÎN RAPORT CU CELE ASCUȚITE DUPĂ PROCEDEUL CONVENȚIONAL CONIC

DE

VITALIE BELOUS, N. GOJINEȚCHI, N. GHERGHEL,
HOREA BOTEZAN și P. TARAȘI

Prezenta cercetare experimentală se referă la un studiu comparativ asupra forțelor axiale de așchiere și asupra durabilității burghielor ascuțite după noul procedeu ELBITOR[1]) elaborat în Laboratorul de mașini-unelte și scule de la Institutul politehnic din Iași, în raport cu a celor ascuțite după procedeul standard conic „Bancroft-Washborne-Stock".

Cercetarea se integrează în preocupările din ultimii 14 ani referitoare la elaborarea și studiul unor noi procedee de ascuțire a sculelor așchietoare, precum și de realizare a unor noi tipuri de mașini și dispozitive de ascuțit scule.

Procedeul ELBITOR se caracterizează prin faptul că fața de așezare a burghiului rezultă de formă complexă, optimizată, compusă din patru suprafețe: două suprafețe porțiuni de cilindri eliptici și două suprafețe porțiuni de toroizi eliptici (fig. 1).

Este cunoscut faptul că pentru mărirea durabilității burghielor elicoidale, în special în cazul prelucrării fontei și a oțelurilor dure, este necesar să se imprime două sau chiar trei valori ale unghiurilor la vîrf $2K$ [1], [2].

De asemenea, în ultimul timp, au apărut burghie ascuțite cu tăiș curbiliniu.

Prin aceste măsuri se realizează două efecte, care converg spre o creștere accentuată a rezistenței la uzură și a durabilității burghielor:

---

[1]) Dosar invenție R. S. R. nr. *64.076*. Înregistrat în R. F. G., Italia, Franța, Elveția etc.

a) micşorarea grosimii aşchiei, şi deci a încărcării energetice unitare [3] în zona de maximă solicitare termomecanică a tăişului (zona vîrfurilor principale), conduce la scăderea corespunzătoare a temperaturii în zona de aşchiere, cu efect pozitiv asupra rezistenţei la uzură ;

b) mărirea unghiului la vîrful principal determină o îmbunătăţire a capacităţii de evacuare a căldurii prin conducţie, la mărirea rezistenţei termo-mecanice a zonei corespunzătoare, de asemenea cu efect pozitiv asupra rezistenţei la uzură.

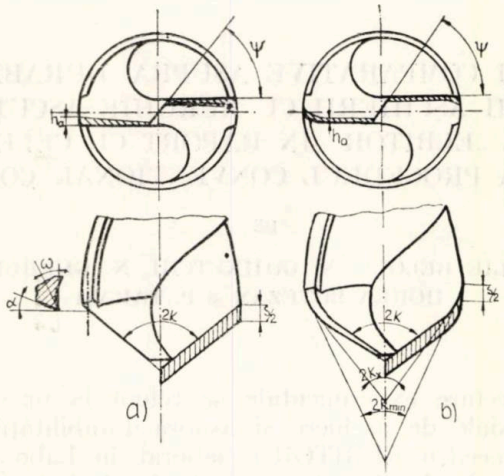


Fig. 1

Într-adevăr, din expresia încărcării energetice unitare E [3] :

$$E = C_{P_z} v s^{P_z} \sin K \cos \lambda,$$

în care, C_{P_z} — coeficientul din expresia experimentală a forţei principale de aşchiere, v — viteza de aşchiere în m/min, s — avansul axial în mm/rot, K — unghiul de atac variabil şi descrescător spre zona diametrelor mari, în cazul procedeului ELBITOR, λ — unghiul de înclinare a tăişului, rezultă o oarecare egalizare a încărcării energetice unitare în lungul tăişului, ca urmare a faptului că creşterea vitezei este compensată de scăderea unghiului de atac K_x (fig. 1 *b* şi fig. 1 *a*).

Este de presupus că egalizarea încărcării energetice unitare în lungul tăişului principal, schimbă şi aspectul general al uzurii feţei de aşezare, aceasta devenind practic uniformă în lungul tăişului (h_a = const., fig. 1 *b*), spre deosebire de cazul burghiului ascuţit convenţional, cu o singură valoare a unghiului K, cînd uzura capătă o formă generală triunghiulară, cu mărime crescătoare spre diametrele mari (fig. 1 *a*).

Este de asemenea de presupus că și uzura limită, respectiv uzura catastrofală, vor apare mult mai tîrziu la ascuțirea ELBITOR decît la ascuțirea convențională.

Datorită faptului că unghiul de așezare al celei de a doua părți cilindro-eliptice a feței de așezare a burghiului, ascuțit după noul procedeu, este mult mărit, apare și o creștere corespunzătoare a unghiului de degajare pe tăișul transversal, cu efect pozitiv asupra forței axiale de burghiere.

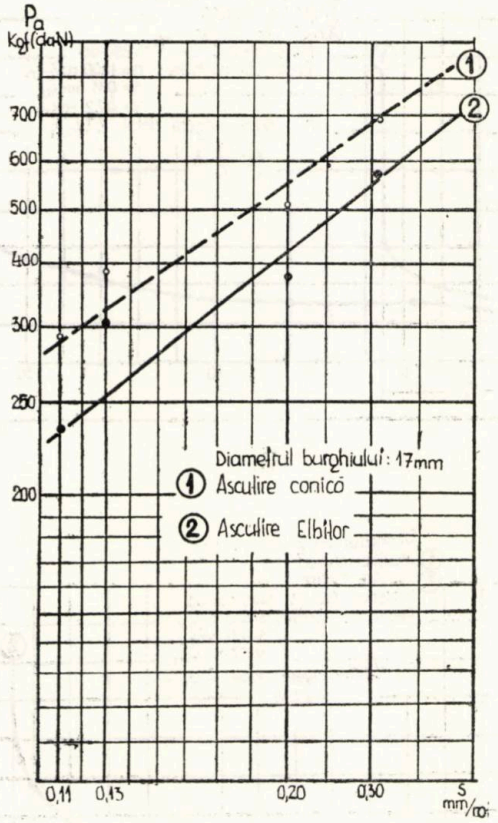


Fig. 2

În scopul verificării acestor ipoteze și pentru precizarea aspectelor de ordin cantitativ, în Laboratorul de mașini-unelte și scule al Institutului politehnic din Iași s-au întreprins cercetări experimentale comparative asupra forțelor de așchiere și a durabilității burghielor ascuțite după noul procedeu în raport cu a celor ascuțite standard.

Experimentările s-au efectuat pe o mașină de găurit G-40 „Înfrățirea" — Oradea, în condiții de răcire-ungere cu emulsie 2,5% cu debitul de 2 l/min pentru oțel și fără răcire-ungere la fontă. Uzurile au fost măsurate cu o lupă Brinell tip I. O. R. — București.

Determinările de forță axială s-au efectuat fără răcire-ungere, cu un dinamometru mecanic cu sistem elastic Paramanov.

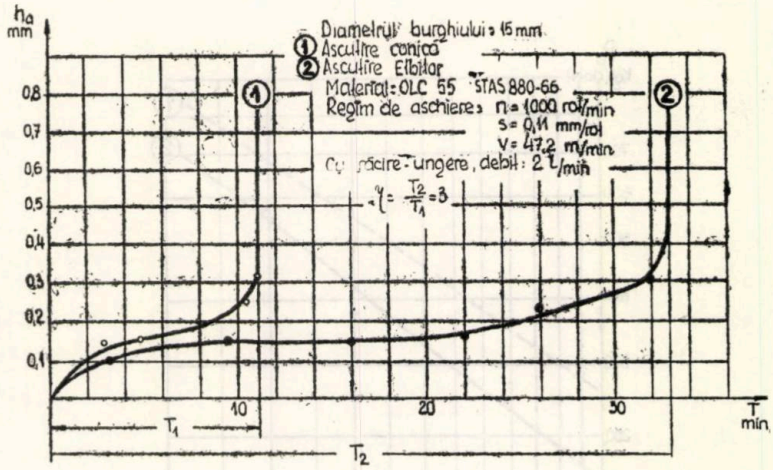


Fig. 3

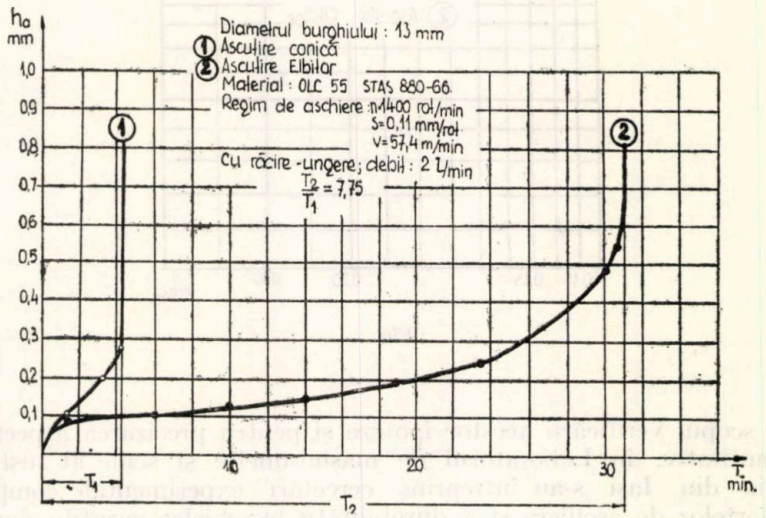


Fig. 4

Din încercările dinamometrice sintetizate în diagrama din fig. 2 a rezultat că forța axială la burghiile ascuțite după procedeul ELBITOR este cu 20...25% mai mică decît la același burghiu ascuțit după procedeul standard conic. Explicația constă în faptul că geometria tăișului transversal

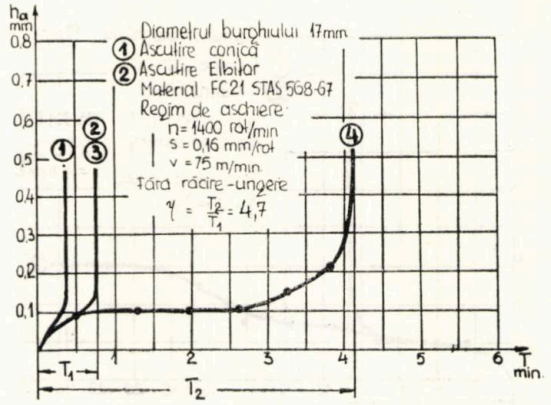


Fig. 5

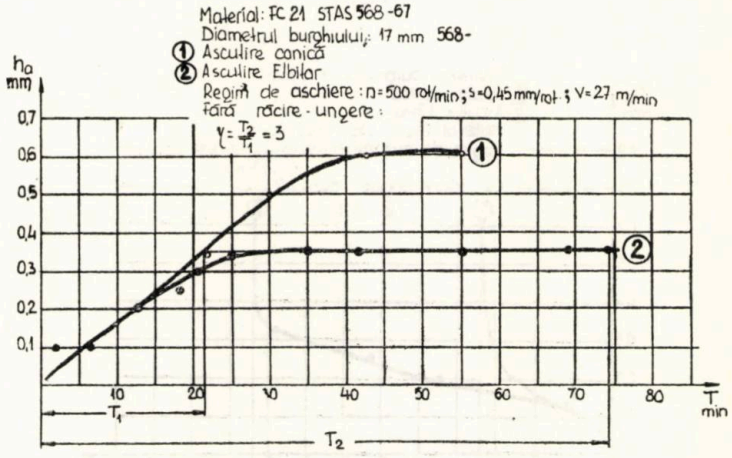


Fig. 6

este optimizată atît prin mărirea unghiului de degajare, cît și printr-o oarecare micșorare a unghiului de înclinare ψ, care de asemenea determină mărirea unghiului de degajare. Prin urmare, ascuțirea ELBITOR asigură sub aspectul forțelor de așchiere calități superioare ascuțirii standard conice și practic echivalente cu a ascuțirilor elicoidale (S u h o v, O l i v e r și S p i r o p o i n t și dublu plane).

Din studierea rezultatelor încercărilor de uzură comparative, sintetizate în diagramele prezentate în fig. 3...9, rezultă că durabilitatea burghielor ascuțite după procedeul ELBITOR este de 1,5...8 ori mai mare decît a acelorași burghie ascuțite după procedeul standard conic.

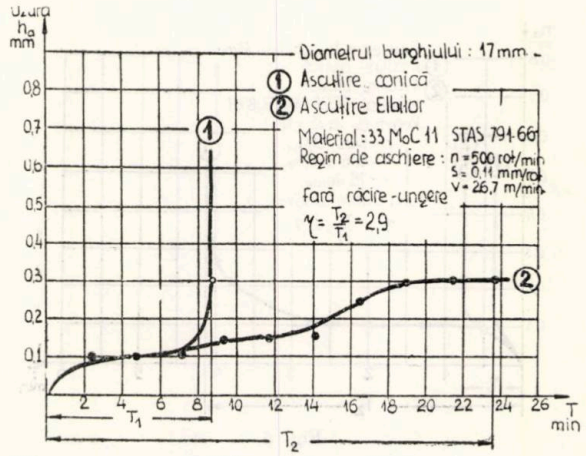


Fig. 7

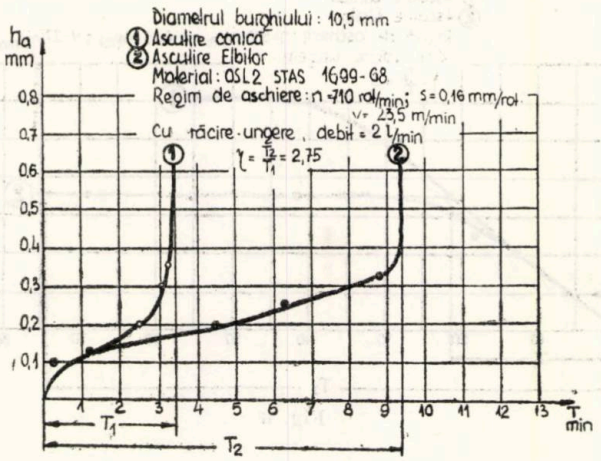


Fig. 8

Efectele cele mai eficiente se obțin la prelucrarea fontei ; de asemenea s-au constatat creșteri apreciabile a durabilității și la prelucrarea oțelurilor OLC 55 STAS 880—1966.

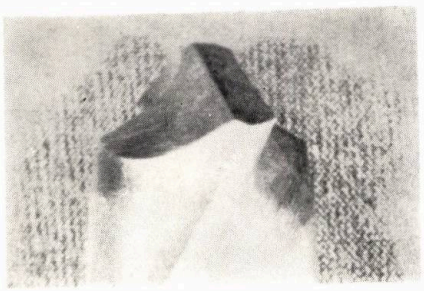


Fig. 10

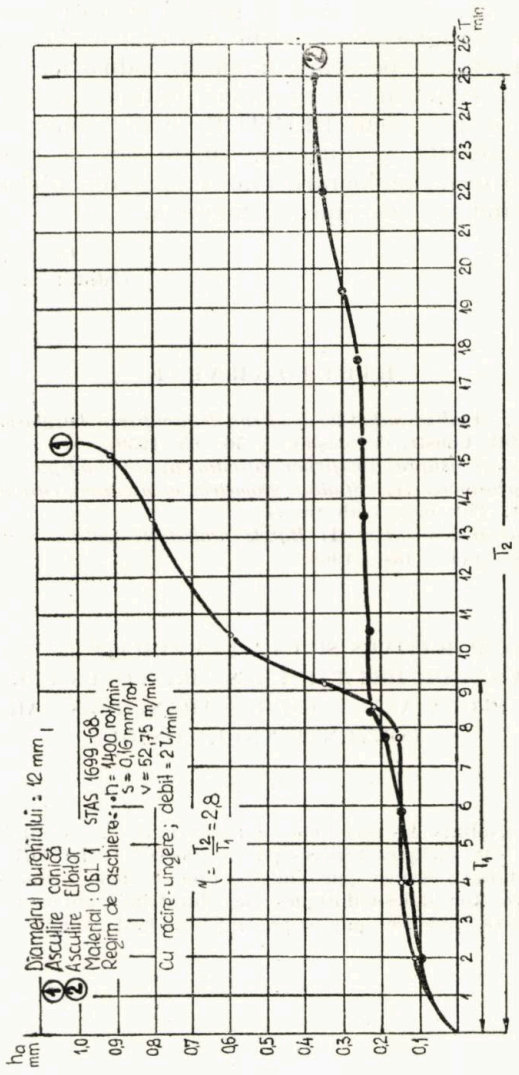

Diametrul burghiului : 12 mm
① Ascuţire conică
② Ascuţire Elbitor
Material : OSL 1 STAS 1699-68
Regim de aschiere : n = 1400 rot/min
s = 0,16 mm/rot
v = 52,75 m/min
Cu răcire-ungere ; debit = 2 l/min
η = T2/T1 = 2,8
ha mm
T min
T1
T2

Fig. 9

Menționăm că datorită faptului că ambele tipuri de ascuțiri s-au realizat perfect simetrice, rezistența la uzură a fost cu mult mai mare decît cea presupusă la stabilirea nomogramei mașinii de găurit G-40 ; în acest sens durabilitățile au fost atinse la viteze de 1,5...2 ori mai mari decît cele specificate în nomogramă, ceea ce denotă gradul cu totul insuficient de utilizare a posibilităților burghielor elicoidale din oțel rapid, ca urmare a ascuțirilor manuale, practicate pe scară largă în industrie.

De asemenea, conform prezumțiilor inițiale, uzura efectivă a burghielor ascuțite după procedeul ELBITOR se distribuie uniform în lungul tăișului, așa cum rezultă și din fig. 10, în care se prezintă uzura unui burghiu obținută în urma prelucrării unui cuplaj din oțel 33 MoC 11 STAS 795—66 la Întreprinderea mecanică — Suceava.

Primită la 23 aprilie 1973

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Solnțeva T. E., *Analiza metodelor moderne de ascuțire a burghielor* (trad. I. D. T. din l. rusă). Bul. Constr. de mașini, *6*, 56—65 (1959).
2. Belous V., *Cercetări asupra ascuțirilor cilindro-eliptice multiple și cilindro-hiperbolice a sculelor așchietoare.* (I) *Studiul geometric al ascuțirii cilindro-eliptice duble.* Bul. Inst. polit. Timișoara (sub tipar).
3. Belous V., *Proiectarea sculelor.* (I) *Bazele proiectării sculelor așchietoare.* Tipar Rotaprint, Inst. polit. Iași, 1968.

RECHERCHES COMPARATIVES SUR LA DURABILITÉ ET LA DYNAMIQUE DE LA COUPE À L'AIDE DES TARIÈRES TRANCHÉES PAR LE PROCÉDÉ „ELBITOR" EN RAPPORT AUX TARIÈRES TRANCHÉES PAR LE PROCÉDÉ CONVENTIONNEL CONIQUE

(Résumé)

On présente les résultats des recherches expérimentales de durabilité et de dynamique de la coupe, effectuées sur quelques tarières par le procédé ELBITOR, ayant la surface de position complexe, optimisée, formée par l'intersection de deux surfaces cylindro-elliptiques raccordées à des surfaces toroïdales-elliptiques ; les durabilités obtenus sont comparées avec celles de quelques tarières tranchées par le procédé standard conique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.015

DEFORMAȚIA METALULUI PRIN AȘCHIERE ÎN COMPARAȚIE CU MĂRIMEA DEFORMAȚIILOR LA ÎNTINDERE ȘI COMPRESIE[1])

DE

MIRCEA COZMÎNCĂ

1. Introducere

În lucrarea de față se prezintă rezultatele încercării unor oțeluri românești la întindere, compresie și așchiere, în scopul stabilirii raportului în care se află deformațiile și eforturile din zona plastică a așchiei față de deformațiile și eforturile corespunzătoare încercărilor simple de întindere și compresie.

Studiul deformațiilor plastice la așchiere prin prisma teoriei dislocațiilor și cunoașterea raportului dintre deformațiile din zona plastică a așchiei și deformațiile la întindere și compresie sînt necesare mecanicii procesului de așchiere și dinamicii mașinilor unelte. Pentru eforturile din zona formării așchiei, în ipoteza că starea de deformație din zona plastică este cea corespunzătoare unei lunecări simple peste care se suprapune efectul unei compresiuni, se întîlnesc în literatură două ipoteze, și anume $\tau = \text{const.}$ și $\tau = \tau_c + \lambda\sigma = \text{var.}$ [1]. Majoritatea calculelor ce privesc parametrii mecanicii procesului de așchiere sînt făcute în condițiile primei ipoteze, și anume $\tau = \tau_c =$ tensiunea de curgere pentru materialul prelucrat, sau $\tau = \tau_\varphi$ și $\tau = \tau_{\varphi_n}$, în care [1]...[7]:

$$\tau_\varphi = \frac{R\cos(\varphi + \omega)\sin\varphi}{bt} \quad \text{iar} \quad \tau_{\varphi_n} = \frac{R\cos(\varphi_n + \omega)\sin\varphi_n}{bx_n}.$$

Cum pentru așchierea metalelor nu este cunoscută curba caracteristică efort-deformație, în relațiile de mai sus limita de curgere σ_c sau τ_c este cea corespunzătoare încercărilor simple de întindere, compresie sau

[1]) Prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Galați, din 26—28 mai 1972.

forfecare. Avînd în vedere teoria dislocațiilor și condițiile specifice în care are loc așchierea, limita de curgere la întindere sau compresie nu poate înlocui limita de curgere din zona formării așchiei. În acest sens, încercările experimentale efectuate de diverși cercetători, [8] cît și cele efectuate în Laboratorul de mașini-unelte și scule de la Institutul politehnic din Iași au demonstrat că, în cazul așchierii metalelor, chiar și în cazul așchierii cu viteze foarte mici, deformațiile stratului așchiat sînt cu totul altele decît cele corespunzătoare limitei de curgere la întindere a metalului prelucrat. În sprijinul acestei afirmații, alăturat, se prezintă două copii microstructurale obținute prin încercarea oțelurilor OL 38 (STAS 500—68) și OLC 55 (STAS 880—66) la întindere și așchiere cu $V = 0{,}3$ m/s, respectiv, $V = 0{,}48$ m/s (fig. 1 și fig. 2).

2. Rezultatele cercetării

Metodologia de cercetare, condițiile de lucru, cît și rezultatele măsurătorilor experimentale efectuate sînt centralizate în tabelele 1 și 2.

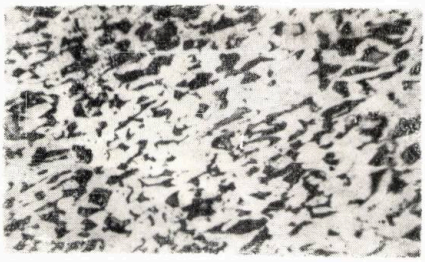
Încercările la întindere și compresie s-au efectuat pe o mașină de încercat la întindere și compresie conform normelor standardizate, iar cele de așchiere s-au efectuat pe un strung SN—400, folosindu-se, în acest scop, un număr de 30 eșantioane sub forma unor inele de lățime 10 mm și un dispozitiv pentru oprirea instantanee a procesului de așchiere prin strunjire, de construcție originală [9], [10]. Atît epruvetele solicitate la întindere și compresie, cît și rădăcinile de așchie au fost pregătite prin rectificare cu răcire abundentă și prin șlefuire pe o mașină de șlefuit, în vederea cercetărilor microstructurale și măsurării microdurității constituenților structurali.

Cercetările la microscopul optic au avut ca scop punerea în evidență a modificărilor structurale ca urmare a deformațiilor plastice prin întindere, compresie, așchiere și realizarea copiilor fotografice. Determinarea mărimii grăunților, în afara observării prin comparație, s-a făcut prin metoda cercului trasat pe copiile fotografice și făcînd media aritmetică pentru trei cîmpuri. Suprafața medie a grăunților s-a determinat cu relația

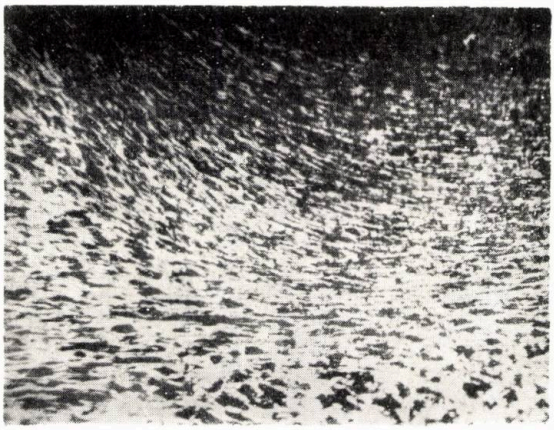
$$S_m = \frac{S_c \cdot 10^6}{(0{,}67n + Z)M^2} \quad [\mu m],$$

în care, S_c reprezintă suprafața cercului trasat, Z — numărul cristalelor din interiorul suprafeței S_c, iar n — numărul cristalelor secționate de circumferința trasată. În toate cazurile s-a constatat o deformație cu mult mai mare (grăunți fibroși) în cazul așchierii decît în cazul întinderii și compresiei.

După cercetările la microscopul optic Zeiss-Neophot, s-au efectuat măsurători de microduritate pe cristalele de perlită, rezultatele obținute fiind centralizate în tabelele 1 și 2. Pentru măsurătorile de microduritate s-a folosit un microdurimetru tip PMT—3 și o sarcină de încărcare $F = 100$ gr.

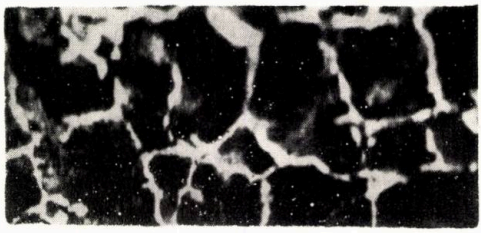


a

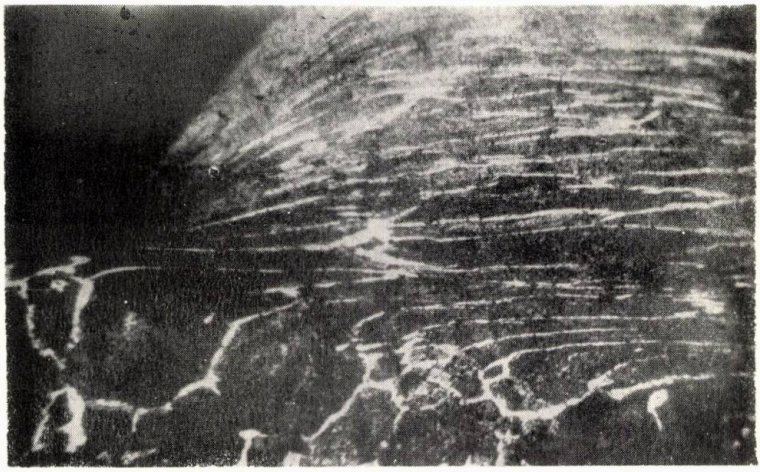


b

Fig. 1



a

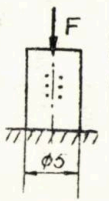


b

Fig. 2

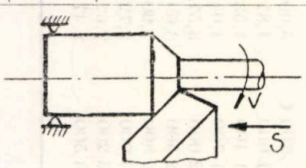
Tabelul 1

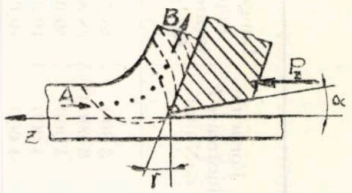
Nr. epruvetei	Condiții de execuție: lungimea inițială L_0, mm	Condiții de execuție: secțiunea transversală S_0, mm²	Forța de încărcare F daN/mm²	Lungimea după încărcare L_U, mm	Efortul unitar $\sigma = F/S_0$ daN/mm²	Lungirea: relativă $\Delta L = L_U - L_0$ mm	Lungirea: specifică $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} 100$	Microduritatea perlitei în daN/mm², (media a 6 măsurători)	Schema de încercare și măsurare a microdurității HV 100
1			3 800	48,7	48,4	0,00	0,0	310	
2			3 900 C	48,8	49,7	0,10	0,2	312 τ_1	
3			4 000	49,0	51,0	0,30	0,6	318 τ_2	
4			4 200	49,3	53,5	0,60	1,2	325 τ_3	
5	48,7	78,5	4 600	49,6	58,6	0,90	1,8	330 τ_4	
6			5 000	50,2	63,7	1,50	3,0	341 τ_6	
7			5 200	50,7	66,2	2,00	4,0	350 τ_6	
8			5 500	51,4	70,0	2,70	5,5	364 τ_7	
9			5 650	53,7	72,0	5,00	10,2	380 τ_8	
10			5 800 R	58,3	73,8	9,60	20,0	394 τ_9	
1	5,100		700 C	5,00	34,0	0,100	2,0	290 τ_1	
2	5,080		1 000	4,87	51,0	0,210	4,1	312 τ_2	
3	5,190		1 400	4,53	71,4	0,660	12,7	330 τ_3	
4	5,150		1 700	4,04	87,0	1,105	21,4	340 τ_4	
5	4,985	19,6	2 000	3,57	102,0	1,415	28,3	348 τ_5	
6	5,050		2 500	3,09	127,0	1,960	38,8	359 τ_6	
7	5,120		2 800	2,90	142,0	2,220	43,3	364 τ_7	
8	5,090		3 000	2,72	153,0	2,370	46,5	369 τ_8	
9	5,000		3 200	2,62	163,0	2,380	47,6	370 τ_9	
10	5,010		3 500	2,47	178,0	2,540	50,8	372 τ_{10}	



Tabelul 2

Nr. epruvetei	Condiții de așchiere: Adîncimea t mm	Avansul S mm/r	Viteza V m/s	Unghiurile sculei: α_N	γ_N	$\varkappa$	$\varkappa_1$	λ	Microduritatea perlitei de-a lungul liniei AB, daN/mm²: τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5	τ_6	τ_7
1			0,02						312	330	379	421	450	470	488
2			0,12						312	332	385	426	452	475	481
3	2	0,4	0,23	8°	12°	45°	15°	0°	314	337	390	430	475	472	489
4	OLC 55		0,36						310	328	383	428	465	472	481
5			0,48						312	328	390	435	460	474	485
6			0,75						315	341	396	440	468	481	492
1			0,024						292	321	365	404	425	440	459
2			0,075						291	321	360	400	420	440	455
3			0,120						295	325	370	410	430	450	470
4			0,230						300	330	381	419	438	457	479
5	2	0,4	0,300	8°	0°	45°	15°	0°	298	320	378	415	432	453	472
6			0,380						302	335	376	416	438	456	477
7	OL 38		0,470						300	330	374	412	432	451	472
8			0,590						305	337	380	420	440	460	480
9			0,910						293	328	372	415	431	451	472
10			0,950						290	320	364	407	421	442	463
1			0,12						300	330	376	414	435	456	475
2			0,27						303	334	382	420	439	458	481
3			0,66						304	337	385	424	442	461	484
4	2	0,4	0,68	8°	−9°	45°	15°	0°	304	338	384	424	441	461	485
5			0,90						294	330	375	418	435	454	478
6	OL 38		1,14						291	326	369	415	430	450	470
7			1,16						291	325	368	415	430	450	472
8			1,28						290	322	365	410	421	443	462





Măsurătorile de microduritate și deformațiile ε la întindere și compresie, centralizate în tabelele 1 și 2, au fost prelucrate după metodologia expusă în lucrarea [1]. Astfel, în fig. 3 și 4 se prezintă curba etalon $\varepsilon = f(H)$ pentru întinderea epruvetelor din OLC 55, respectiv, curba etalon $\varepsilon = f(H)$ pentru încercarea la compresie a epruvetelor din OL 38.

Curbele de variație a gradului de deformație M_ε, definit conform lucrării [1], pentru cele două materiale și cele două încercări mecanice simple, sînt prezentate în fig. 5 și 6. Pentru determinarea deformațiilor generalizate ε_i din zona plastică a așchiei s-au folosit curbele etalon din fig. 3 și 4

și măsurătorile de microduritate din tabelul 2. Făcînd raportul dintre deformațiile la întindere și compresie și deformațiile generalizate din zona plastică a așchiei, s-au trasat diagramele M_{ε_i} conform lucrării [1]. În toate cazurile, diagramele M_{ε_i} s-au situat deasupra diagramelor etalon M_ε (fig. 5 și 6).

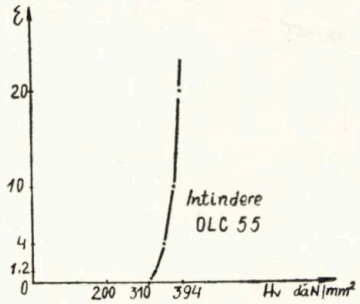


Fig. 3

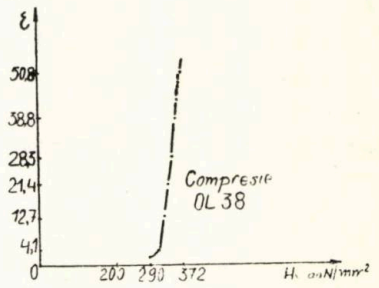


Fig. 4

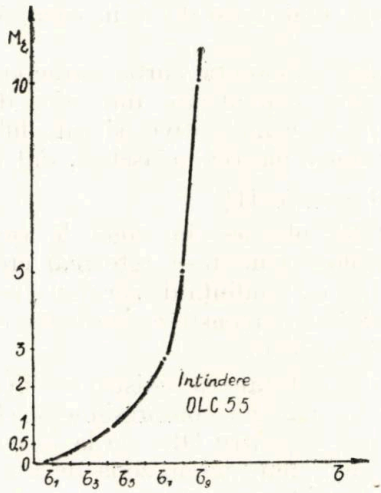


Fig. 5

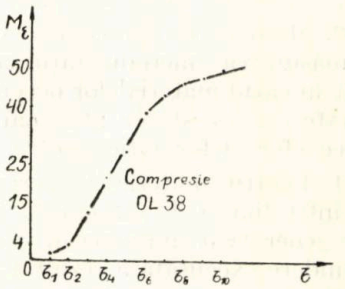


Fig. 6

Pentru a înlesni calculele din domeniul mecanicii așchierii, se determină și modulul de plasticitate E_{p_a} caracteristic așchierii metalelor cu relația $E_{p_a} = E_p (1 + \text{tg}\, \alpha_M)$, în care E_p se determină de pe curba caracteristică $\sigma = f(\varepsilon)$ pentru întindere sau compresie (fig. 7), iar tg α_M se obține de pe diagramele M_{ε_i}, conform schemei prezentate în fig. 8.

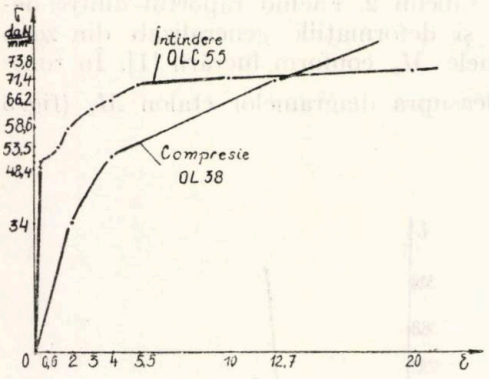


Fig. 7

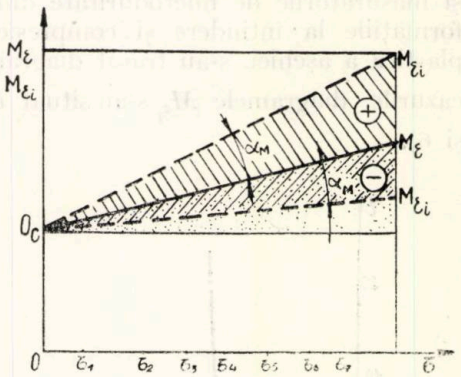


Fig. 8

3. Concluzii

1. Încercările experimentale efectuate pun în evidență faptul că deformația metalului prin așchiere este cu mult mai mare decît în cazul încercărilor mecanice simple.

2. Pentru așchierea metalelor, nefiind cunoscută curba caracteristică efort-deformație, determinarea deformațiilor generalizate din zona de așchiere, utilizînd măsurătorile de microduritate comparative și calculul modulului de plasticitate E_{p_a}, caracteristic zonei plastice a așchiei, sînt etape absolut necesare calculelor din domeniul plastic [1].

3. Metoda de apreciere a deformațiilor plastice din zona de așchiere prin măsurarea microdurității constituenților structurali este mai greu de aplicat în cazul materialelor neecruisabile sau cu tendință de ecruisare redusă. În aceste cazuri este cu atît mai mult necesară cunoașterea curbelor caracteristice efort-deformație pentru condițiile așchierii.

4. Pentru materialele cercetate s-a constatat că există o diferență mare între limita de curgere la întindere simplă sau compresiune și efortul unitar generalizat din zona de așchiere. Astfel, pentru OLC 55 la încercarea de întindere executată a rezultat $\sigma_{c} = 49$ daN/mm², iar în zona de așchiere, respectiv în zona planului de forfecare, efortul generalizat σ_i de cele mai multe ori depășește 60...70 daN/mm². Aceasta înseamnă că pe curba caracteristică la întindere ne aflăm totdeauna în zona ruperii și nu în vecinătatea punctului de curgere cum se consideră în calculele din domeniul mecanicii așchierii. Pentru OL 38 s-a constatat o creștere a rezistenței grăunților de perlită la pătrunderea diamantului numai pentru încercările de compresiune cu σ mai mare ca 34 daN/mm². La eforturi mai mari ca 102 daN/mm² s-au obținut însă microdurități echivalente cu cele din zona de așchiere. Abia compresiunea realizată cu eforturi de 4...5 ori mai mari decît limita

de curgere σ_c poate înlocui așchierea din punctul de vedere al mărimii deformațiilor.

5. Avînd în vedere cele de mai sus, cît și condițiile speciale în care are loc așchierea (încărcarea complexă a stratului așchiat, variația forțelor de așchiere, viteza mare de deformație, temperatura din zona de așchiere, contactul dintre așchie și suprafața de degajare a sculei etc.) curbele caracteristice efort-deformație pentru încercările mecanice simple nu pot înlocui curbele caracteristice efort-deformație pentru așchiere. Este necesar ca așchierea metalelor să fie tratată ca o nouă metodă de încercare în domeniul plastic.

Primită la 29 august 1972

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Cozmîncă M., *Cercetări privind folosirea teoriilor matematice ale plastiscității în mecanica procesului de așchiere.* Comunicările Conferinței din domeniul proceselor și utilajelor de prelucrare la rece, Timișoara, 31 oct. — 1 nov., 1970.
2. Зорев Н. Н., *Вопросы механики процесса резания металлов.* Машгиз, М., 1956.
3. Клушин М. И., *Резание металлов. Элементы теории пластического деформирования срезаемого слоеа.* М., 1958.
4. Мартиросиян Р. Б., *Резание металлов как процесс пластическои деформации сжатия и сдвига.* Ереван, 1962.
5. Oxley P. L. B., Welsh M. J. M., *An Explanation of the Apparent Bridgman Effect in Merchant's Orthogonal Cutting Results.* Trans. of the A. S. M. E., series B, 1967.
6. Oxley P. L. B., *Mechanics of Metal Cutting for a Material of Variable Flow Stress.* Trans. of the A.S.M.E., series B, *4*, 1963.
7. Okushima K., Hitomi K., *Plastic Flow of Metal in Orthogonal Cutting.* Bulletin of J. S. M. E., *3*, 1960.
8. Lira F., Thomsen E. G., *Metal Cutting as a Property Test.* Trans. of the A.S.M.E., series B, *3*, 1967.
9. Plăhteanu B., Cozmîncă M., *Dispozitiv pentru oprirea procesului de așchiere la strunjire.* Certificat de inventator nr. *51185*, R. S. R.
10. Cozmîncă M., Plăhteanu B., *Contributo allo studio delle deformazioni plastiche nella di tornitura.* Machine (Milano), *1*, 1971.

LA DÉFORMATION DU MÉTAL DANS LE PROCESSUS DE COUPE PAR COMPARAISON AVEC LA GRANDEUR DES DÉFORMATIONS À L'EXTENSION ET À LA COMPRESSION

(Résumé)

Dans le travail on présent les premiers résultats expérimentals obtenus dans le Laboratoire de Machine-outils de l'Institut polytechnique de Iassy concernant la grandeur des efforts et des déformations du métal dans le processus de coupe en comparaison avec la déformation corespondante à l'écoulement du matériel pour une épreuve mécanique simple (extension, compression).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.01

STUDIUL GEOMETRIEI CONSTRUCTIVE ȘI FUNCȚIONALE A BURGHIELOR ELICOIDALE

DE

I. CONDREA, VITALIE BELOUS și MIRCEA COZMÎNCA

1. Introducere

Geometria unui burghiu elicoidal este definită de următoarele unghiuri constructive : ω — unghiul de înclinare al canalelor elicoidale, corespunzător razei exterioare R; ω_x — unghiul corespunzător razei r_x; $2\varkappa_x$ — unghiul la vîrf al burghiului, jumătatea lui reprezentînd unghiul de atac al dintelui, definit ca unghiul dintre tăișul aparent (proiecția tăișului principal pe planul de bază axial care trece prin punctul M considerat) și proiecția M_x a avansului axial ; α_x — unghiul de așezare constructiv transversal (principal), definit ca unghiul dintre planul tangent la fața de așezare în punctul M și planul tăișului (tangent la tăiș și perpendicular pe planul de bază axial) ; γ_N — unghiul de degajare constructiv normal (principal), măsurat în planul N, între planul de bază axial care trece prin punctul M și planul tangent la fața de degajare în același punct ; λ_x — unghiul de înclinare constructiv, definit ca unghiul dintre tăișul principal și planul de bază constructiv care trece prin punctul M ; ψ — unghiul de înclinare al tăișului transversal, definit ca unghiul dintre planul axial care trece prin tăișul transversal și proiecția pe planul frontal a tăișului principal.

Conform acestor definiții și avînd în vedere că tăișul principal, practic rectiliniu la o execuție și ascuțire corecte, reprezintă intersecția suprafeței elicoidale de degajare cu suprafața de așezare curbilinie (conică, elicoidală, cilindro-circulară, cilindro-eliptică), și că unghiurile λ_x și $\varkappa_x$ sînt variabile în lungul tăișului, rezultă că și unghiurile γ_N și α_x sînt variabile. Datorită variației unghiurilor de așezare și de degajare constructive, va rezulta și o variație corespunzătoare a unghiurilor funcționale.

Relațiile cunoscute în literatura de specialitate [1], [2], pentru calculul unghiurilor constructive și funcționale ale burghielor elicoidale, sînt relații aproximative și nu se integrează unui procedeu general de studiu al geometriei constructive și funcționale a sculelor așchietoare. Cercetările efectuate de către Zoltan D u c a, referitoare la elaborarea unei teorii geometrice unitare a sculelor așchietoare [3], [4], [5], precum și stabilirea într-o lucrare recentă [6] a expresiei generale a unghiului de degajare funcțional-real, permit o abordare riguroasă și unitară a problemei geometriei constructive și funcționale a burghielor elicoidale.

În cele ce urmează se stabilesc și se analizează expresiile unghiurilor constructive și funcționale ale unui burghiu elicoidal cu tăiș rectiliniu.

2. Studiul unghiurilor constructive

La un burghiu elicoidal sînt variabile unghiurile constructive α_x, $\varkappa_x$, λ_x, ω_x şi γ_N. Întrucît legea de variaţie a unghiului α_x depinde de tipul suprafeţei de aşezare şi a fost studiată în literatura de specialitate [7]...[12], în cele ce urmează se stabilesc numai legile de variaţie a unghiurilor constructive de atac, de înclinare şi de degajare.

2.1. Legea de variaţie a unghiului de atac constructiv $\varkappa_x$

Din triunghiul dreptunghic M_1ST (fig. 1) rezultă

$$\operatorname{cotg} \varkappa_x = \frac{M_1S}{TS} = \frac{M_1S}{M_1T_1 \cos \psi_x}.$$

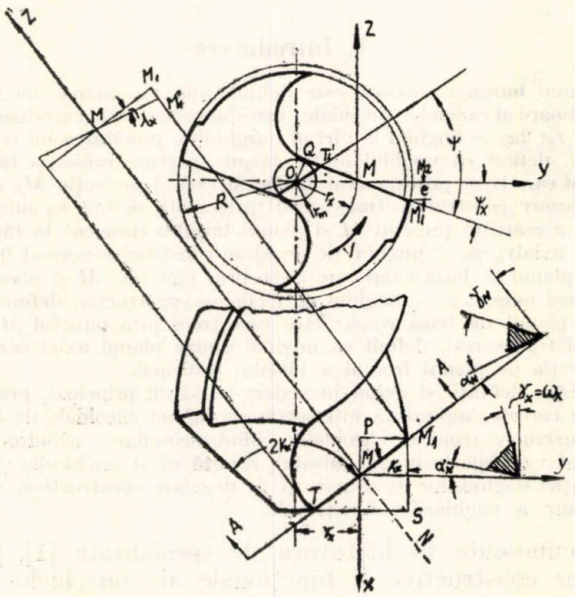


Fig. 1

Pentru punctul M_1 corespunzător razei exterioare R a burghiului,

$$\operatorname{cotg} \varkappa = \frac{M_1S}{M_1T_1 \cos \psi_e},$$

unde ψ_e — unghiul de înclinare corespunzător punctului M_1.

Din triunghiurile dreptunghice OQM și OQM_1 rezultă

$$\cos \psi_x = \frac{\sqrt{r_x^2 - r_m^2}}{r_x} \quad \text{și} \quad \cos \psi_e = \frac{\sqrt{R^2 - r_m^2}}{R},$$

unde r_m este raza miezului burghiului.

Din relațiile de mai sus, rezultă

$$\text{(2.1)} \qquad \operatorname{tg} \varkappa_x = \operatorname{tg} \varkappa \sqrt{\frac{1 - r_m^2/r_x^2}{1 - r_m^2/R^2}},$$

relație din care rezultă că unghiul de atac scade de la o valoare $\varkappa_x = \varkappa$, la exterior, la o valoare minimă în punctul T_1 de intersecție a tăișului principal cu cel transversal, în care

$$r_x = \frac{r_m}{\sin \psi}, \quad \text{iar} \quad \operatorname{tg} \varkappa_x = \operatorname{tg} \varkappa \frac{\cos \psi}{\sqrt{1 - r_m^2/R^2}} \approx 0{,}573 \operatorname{tg} \varkappa.$$

2.2. Legea de variație a unghiului de înclinare constructiv λ_x

Din triunghiul dreptunghic MM_1M_1' rezultă că $\operatorname{tg} \lambda_x = -\frac{e}{MM_1}$, iar din triunghiul dreptunghic MPM_1, $MM_1 = \frac{e}{\operatorname{tg} \psi_x \sin \varkappa_x}$, astfel că

$$\text{(2.2)} \qquad \operatorname{tg} \lambda_x = -\operatorname{tg} \psi_x \sin \varkappa_x,$$

n care ψ_x, considerîndu-se tăișul principal tangent la miezul burghiului de ază r_m, rezultă din triunghiul dreptunghic OQM,

$$\text{(2.3)} \qquad \operatorname{tg} \psi_x = \frac{r_m}{\sqrt{r_x^2 - r_m^2}}.$$

Din relațiile de mai sus, rezultă expresia finală a unghiului de încli nare constructiv

$$\text{(2.4)} \qquad \operatorname{cotg} \lambda_x = -\sqrt{\left(\frac{r_x}{r_m}\right)^2 - 1 + \left[\left(\frac{r_x}{r_m}\right)^2 - \left(\frac{r_x}{R}\right)^2\right] \operatorname{cotg}^2 \varkappa}.$$

2.3. Legea de variație a unghiului de degajare normal constructiv γ_N

După cum este cunoscut [13], unghiul de degajare depinde de ceilalți parametri constructivi prin relația

$$\operatorname{tg} \gamma_x = \operatorname{tg} \gamma_N \sin \varkappa_x - \operatorname{tg} \lambda_x \cos \varkappa_x,$$

și deoarece

$$\operatorname{tg} \gamma_x = \operatorname{tg} \omega_x = \frac{r_x}{R} \operatorname{tg} \omega,$$

avînd în vedere relația (2.2), rezultă

$$\operatorname{tg} \gamma_N = \frac{r_x}{R} \frac{\operatorname{tg} \omega}{\sin \varkappa_x} - \operatorname{tg} \psi_x \cos \varkappa_x. \tag{2.5}$$

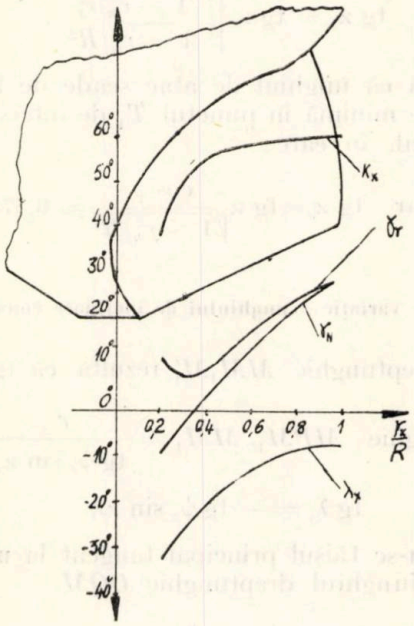


Fig. 2

Din relațiile (2.1), (2.3) și (2.5) rezultă

$$\operatorname{tg} \gamma_N = \frac{r_x}{R} \operatorname{tg} \omega \sqrt{1 + \frac{1 - (r_m/R)^2}{1 - (r_m/r_x)^2} \operatorname{cotg}^2 \varkappa} - \frac{r_m}{\sqrt{r_x^2 - r_m^2}} \sqrt{1 + \frac{1}{\dfrac{1 - (r_m/r_x)^2}{1 - (r_m/R)^2}} \operatorname{tg}^2 \varkappa}. \tag{2.6}$$

În urma trasării curbelor de variație ale unghiurilor $\varkappa_x$ λ_x și γ_N funcție de r_x (fig. 2), pe baza relațiilor (2.1), (2.4) și (2.6), se pot trage următoarele concluzii:

a) unghiul de atac constructiv $\varkappa_x$ scade spre miezul burghiului, la început — lent, apoi — rapid, atingînd valoarea minimă la $r_x = r_m/\sin \psi$;

b) unghiul de înclinare constructiv λ_x își păstrează semnul negativ, scăzînd în valoare absolută spre miezul burghiului ;

c) unghiul de degajare constructiv γ_N scade spre miezul burghiului, unde capătă valori negative.

3. Legea de variație a unghiului de degajare funcțional real γ_r

Pentru studierea legii de variație a unghiului de degajare funcțional-real în lungul tăișului trebuie folosită relația generală a unghiului de degajare real [6] și aplicată în cazul particular, cînd viteza de avans V_x este neglijabilă față de viteza mișcării principale V_z,

$$\gamma_r = \arcsin\left(\cos^2\lambda_x \sin\gamma_N \sqrt{\frac{1}{\sin^2\gamma_N + \frac{\cos^2\gamma_N}{\cos^2\lambda_x}}} + \sin^2\lambda\right). \tag{3.1}$$

Introducînd în relația (3.1) valorile calculate pentru λ_x și γ_N pe baza relațiilor (2.4) și (2.6), se obține curba corespunzătoare de variație, reprezentată în fig. 2.

Din analiza acestei curbe, rezultă următoarele concluzii importante pentru optimizarea geometriei și tehnologiei ascuțirii burghielor elicoidale :

a) unghiul de degajare real γ_r scade mai puțin pronunțat spre axa burghiului decît unghiul normal de degajare γ_N și nu ia niciodată valori negative ; mai mult decît atît, se constată în apropierea miezului chiar o creștere a unghiului real de degajare. Această creștere se datorește, pe de o parte, faptului că, spre deosebire de unghiul normal constructiv γ_N, unghiul real de degajare nu depinde (conform relației (3.1)) de semnul unghiului λ_x, ci numai de valoarea sa absolută, iar pe de altă parte, faptului că în zona din apropierea miezului, unghiul de înclinare capătă valori absolute mari, care depășesc 30° ;

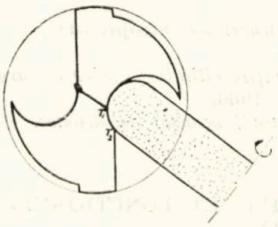


Fig. 3

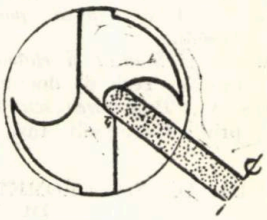


Fig. 4

b) întrucît unghiul λ este cel care determină o mărire a unghiului de degajare în zona centrală, la stabilirea procedeului de supraascuțire sau de scurtare a tăișului transversal, valoarea absolută mare, de 30°...40°, a unghiului de înclinare în punctul de intersecție a tăișului principal cu cel transversal nu trebuie micșorată. Această concluzie, dedusă pe cale anali-

tică, explică și avantajele stabilite experimental ale scurtării tăișului transversal prin pătrunderea discului abraziv în lungul acestuia (fig. 3), față de procesul obișnuit de scurtare (fig. 4). Într-adevăr, în primul caz, în punctul de intersecție T_1 unghiul de înclinare a tăișului principal, mare în valoare absolută, rămîne nemodificat, în timp ce în cel de al doilea caz, în zona T_1T_2, a noului tăiș principal, unghiul de înclinare este micșorat în valoare absolută, ceea ce conduce și la micșorarea unghiului real de degajare și, deci, și la înrăutățirea condițiilor de formare a așchiilor.

Primită la 1 februarie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Родин П. Р., *Проектирование и производство режущего инструмента.* Техника, Киев, стр. 80—87, 1968.
2. Семенченко И. И., *Проектирование металло-режущих инструментов.* Машгиз, М., 1963.
3. Duca Z., *Soluții analitice generale ale geometriei prelucrării prin așchiere.* Metalurgia și construcția de mașini, *8* (1961).
4. Duca Z., *Analiza unghiurilor active ale tăișului în procesul de așchiere.* Metalurgia și construcția de mașini, *11* (1961).
5. Duca Z., *Teoria sculelor așchietoare.* Ed. tehn., Buc., 1967.
6. Belous V., Cozmînză M., *Contribuții la studiul unghiului de degajare real din procesele de așchiere.* Comunicare la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Iași, 2—4 iulie 1970.
7. Solnțeva T. E., *Analiza metodelor moderne de ascuțire a burghielor.* Bul. construcțiilor de mașini (trad. IDT din l. rusă), *6*, 56—65 (1959).
8. Drees H., *Die Hinterschlieffwinkelgleichung für Spiralbohrer mit Kegelmantelanschlieff und hierausabzuleitende Forderungen für Schleiffmaschinen mit grossen Schleiffbereich.* Wiss. Zeitschrift der Technische Hochschulle Dresden, **7**, *2*, 369—388 (1957/58).
9. Рудник С. С., *Аналитическое исследование геометрии спиральных сверл при наклонном изложении оси образующего конуса.* Изв. Киевск. полит. ин-та, IX (1949).
10. Рудник С. С., *Заточка сверл и зенкеров по цилиндрическим поверхностям.* Изв. Киевск. полит. ин-та, XXIV (1964).
11. Rezek F., *Vliv ruznych zposubu ostreni sroubovitehvrtaku.* Strojirenstvi, *7*, 516—518 (1963).
12. Belous V., *Studiul și elaborarea metodei de ascuțire cilindro-eliptice a burghielor elicoidale.* Teză de doctorat, Inst. polit. Iași, 1966.
13. Belous V., *Proiectarea sculelor.* (I) *Bazele proiectării sculelor așchietoare.* Tipar rotaprint, Inst. polit. Iași, 1968.

ÈTUDE DE LA GÉOMETRIE CONSTRUCTIVE ET FONCTIONNELE DU FORÊT HÉLICOIDAL

(Résumé)

On présente un étude théorique de la géométrie constructive et fonctionnele du forêt hélicoïdal, avec des conclusions concernant l'optimisation de cette géometrie et de la technologie d'affutage du forêt hélicoïdal. En même temps, les résultats théoriques confirment les observations pratiques sur le suraffutage des forêts hélicoïdals.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 621.923

THE INFLUENCE OF CUTTING PARAMETERS ON THE WHEEL WEAR AND LEADING EDGE ANGLE IN SURFACE GRINDING

BY

O. V. PRUTEANU

0. Introduction

In this work the experimental equipment (grinding machine and wheel) and workpiece material and dimensions are the same as in [17]. The experimental procedures are the same as in [17] especially that the wheel speed was varied from 20 m/sec when the diameter of the wheel was 165 mm, to 19 m/sec when the diameter becomes 160 mm.

1. Wheel Wear and Leading Edge Measurements

The equipment emploied to measure wheel wear during surface grinding is shown schematically in Fig. 1. The workpiece *2* was settled down always in the same position on the magnetic table of the surface machine *1*. A blade *3* was clamped at one end of the magnetic table. The blade was positioned higher than workpiece with 0.02...0.03 mm. After each pass on the workpiece surface, corresponding to a metal removal of 250 mm^3, the wheel profile was reproduced (in inverse form) on the blade by feeding the latter slowly ageinst the wheel. For a given set of grinding parameters five depth increment were removed from the workpiece, the wheel profile being recorded after each complete surface pass.

The blade profile was determined with the aid of Talysurf equipment.

Fig. 2 shows an exemple of a profile recording of leading edge angle. This show the angle and the wheel wear (the hachure surface).

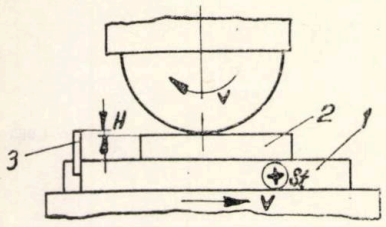


Fig. 1 — The equipment emploied to measure wheel wear during surface grinding.

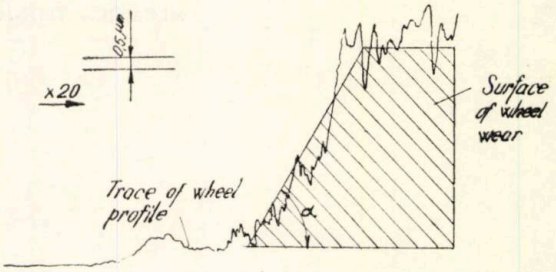


Fig. 2 — An example of a profile recording of leading edge angle (the hachure surface is the wheel wear).

2. Test Results

Two series of tests were carried out. The first serie with constant metal removal rate, but the second serie with variable metal removal rate conditions. The results are shown in Tables 1, 2 and 3.

References [3], [4], [5], [14], [15] presents informations which indicates that in the case of surface grinding, after a certain amount of metal has been removed, a stable angle is formed on the leading edge, Fig. 3.

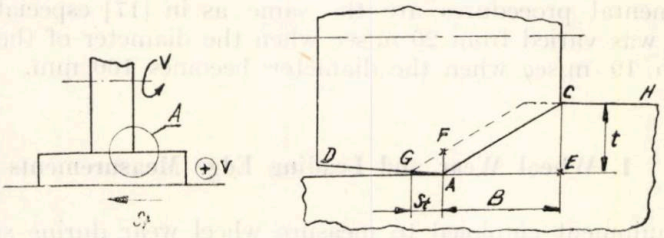


Fig. 3 — The forming of the leading edge angle.

Initially, after normal dressing a fairly breakdown of the leading edge of the wheel occurs and a stable angle on the leading edge begins to form (the straight line AC). Wheel wear then takes place to the active cutting face AC. The presence of this angle reduces the downfeed to a value which is self-imposed and automatically adjusted as a function of cutting parameters, especially crossfeed and on the other hand, as fonction of the factors which limit the cutting capacity of the wheel : grit, bond strength, or porosity. In papers above mentioned it is assumed that the cutting action on AD and CH is negligible. All the cutting taking place on the wear

land AC. The surface finish is produced by the grits situated at the junction of the angle and the wheel face (point A). Also this leading edge does not alter the metal removal rate which is mentained as a product of downfeed, table velocity and crossfeed, although the effective downfeed will be

Table 1

Crossfeed, S_t mm/pass	Pos.	Metal removed M, mm^3	Metal removal rate, mm^3/sec	Wheel wear W, mm^3	Leading edge angle α	Average leading edge angle, α_{av}	Grinding ratio $G = \frac{M}{W}$
	1	250			23′15″		
	2	500			23′43″		
0.2	3	750	0.43		23′32″	23′42″	
	4	1 000			24′15″		
	5	1 250		0.875	24′00″		1 400
	1	250			14′12″		
	2	500			12′39″		
0.4	3	750	0.86		13′42″	13′30″	
	4	1 000			13′30″		
	5	1 250		1.45	14′00″		862
	1	250			3′30″		
	2	500			3′30″		
0.8	3	750	1.73		5′20″	5′00″	
	4	1 000			6′20″		
	5	1 250		1.64	7′00″		756
	1	250			3′15″		
	2	500			3′12″		
1.6	3	750	3.46		3′48″	3′24″	
	4	1 000			3′25″		
	5	1 250		1.83	3′30″		700
	1	250			0′10″		
	2	500			0′15″		
3.2	3	750	6.92		0′15″	0′42″	
	4	1 000			1′12″		
	5	1 250		2.45	1′30″		520

$V = 20$ m/sec ; $v = 2.6$ m/min ; $t = 0.05$ mm ; $n = 2\,300$ rot/min ; $D = 165$ mm

the straight line AF, i. e. $t_e = S_t \operatorname{tg} \alpha$ a value somewhat less than the applied downfeed.

According to Purcell's experiments [3] after 95 mm³ of metal removal an angle starts to form and after 390 mm³ metal removal the angle is fully formed and stable.

Table 2

Table velocity v, m/min	Pos.	Metal removed M, mm³	Metal removal rate mm³/sec	Wheel wear W, mm³	Leading edge angle α	Average leading edge angle, α_{av}	Grinding ratio $G = \frac{M}{W}$
	1	250			2′48″		
	2	500			1′30″		
0.65	3	750	0.43		1′30″	1′48″	
	4	1 000			1′30″		
	5	1 250		2.63	1′42″		475
	1	250			4′06″		
	2	500			3′30″		
1.3	3	750	0.86		3′30″	3′06″	
	4	1 000		2.41	3′30″		520
	5	1 250			1′15″		
	1	250			3′30″		
	2	500			3′30″		
2.6	3	750	1.73		5′20″	5′00″	
	4	1 000			6′20″		
	5	1 250		1.64	7′00″		756
	1	250			5′18″		
	2	500			3′30″		
5.25	3	750	3.46		5′12″	4′12″	
	4	1 000			3′30″		
	5	1 250		2.06	3′30″		607
	1	250			1′45″		
	2	500			1′30″		
10.5	3	750	6.92		1′00″	1′18″	
	4	1 000			1′00″		
	5	1 250		1.45	1′00″		862

$S_t = 0.8$ mm/pass ; $t = 0.05$ mm ; $V = 20$ m/sec ; $n = 2\,300$ rot/min ; $D = 165$ mm

It is stated in the same paper that doubling the crossfeed doubles the value of B (see Fig. 3). This means that for constant downfeed doubling the B value, halves the angle α, whereas doubling workpiece speed, increases the value of B by a factor of four; this means that the angle α will be reduced by a factor of four.

Table 3

Crossfeed, S_t mm/pass	Table velocity V, m/min	Pos.	Metal removed M, mm^3	Metal removal rate, mm^3/sec	Wheel wear, W, mm^3	Leading edge angle α	Average leading edge angle, α_{av}	Grinding ratio $G = \frac{M}{W}$
0.2	10.5	1	250	1.73		21′36″	21′45″	
		2	500			22′07″		
		3	750			21′15″		
		4	1 000			21′20″		
		5	1 250		1.34	22′30″		940
0.4	5.25	1	250	1.73		8′57″	9′02″	
		2	500			8′46″		
		3	750			9′05″		
		4	1 000			8′24″		
		5	1 250		1.45	9′30″		850
0.8	2.6	1	250	1.73		3′30″	5′00″	
		2	500			3′30″		
		3	750			5′20″		
		4	1 000			6′20″		
		5	1 250		1.64	7′00″		770
1.6	1.3	1	250	1.73		1′08″	1′12″	
		2	500			1′00″		
		3	750			1′16″		
		4	1 000			1′32″		
		5	1 250		1.87	1′18″		650
3.2	0.65	1	250	1.73		0′32″	0′40″	
		2	500			0′48″		
		3	750			0′36″		
		4	1 000			0′42″		
		5	1 250		5.75	0′45″		215

$t = 0.05$ mm; $V = 20$ m/sec; $D = 165$ mm; $n = 2\,300$ rot/min

Present results will be compared with P u r c e l l 's affirmations.

Fig. 4 shows the effect of the crossfeed on the leading edge angle α for constant table velocity and downfeed (that is a variable metal removal rate) conditions.

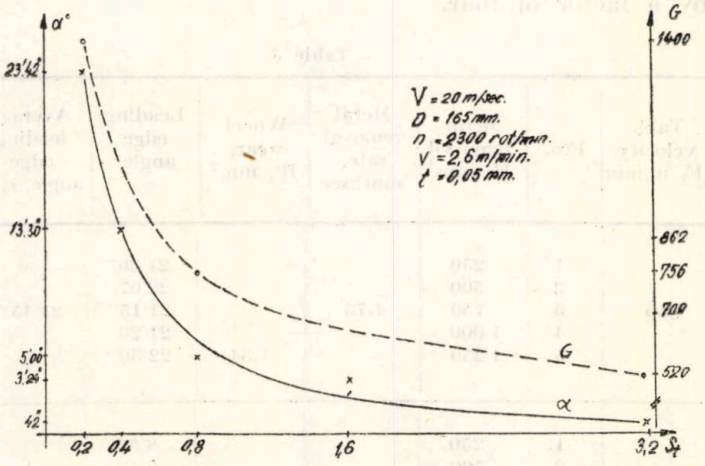


Fig. 4 — The influence of the crossfeed on the leading edge angle and grinding ratio (v, t — constants; Z — variable).

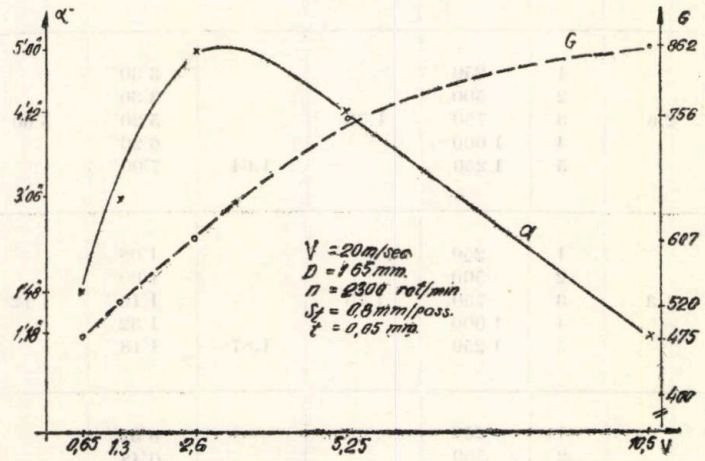


Fig. 5 — The influence of the table velocity on the leading edge angle and grinding ratio (S_t, t — constants; Z — variable).

Taking into consideration the fact that $\operatorname{tg} \alpha = t/S_t$ for constant downfeed increasing crossfeed, the angle α will decrease. The results obtained agreee with this realtionship as well as P u r c e l l 's affirmations that

doubling the crossfeed, the leading edge angle will be halved. In these results the effective downfeed is $t_e = 0.001$ mm (the initial value of downfeed is 0.05 mm).

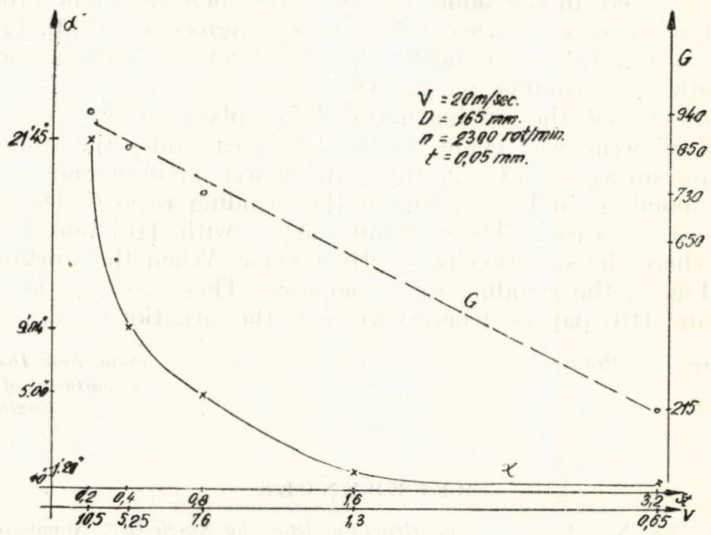


Fig. 6 — The influence of the table velocity and crossfeed on the leading edge angle and grinding ratio (t, Z — constants).

Using the results presented in Table 2 the graph was plotted in Fig. 5 which shows ths effect of workpiece speed on the leading edge angle under constant crossfeed and downfeed (this means variable metal removal rate) conditions.

3. Conclusion

It can be seen that for a workpiece speed less than 2,6 m/min decreasing the workpiece speed, decreases the leading edge angle α (insted to increase as in [3] and [5] papers). Also the leading edge angle decreases about two times only instead of four times. For workpiece speeds greater than 2.6 m/min the results agree with those outlined in other publications.

In B e n e r j e e 's paper [5] the variation of leading edge angle α as a function of the workpiece speed was carried out for workpiece speed between 9 to 21 m/min. In present work the experiment was carried out for workpiece speed between 0.63 m/min to 10.5 m/min. It can be observed that for workpiece speed more than 2.6 m/min up to the domain of workpiece speed variation in [5], the form of the curve is the same.

Fig. 6 shows the influence of workpiece speed and crossfeed on the leading edge angle α under constant downfeed and metal removal rate conditions.

Because the influence of the crossfeed is much stronger than that of workpiece speed, in the same time with the increase of the crossfeed the leading edge angle α decreases. This aspect agrees with [3], [4] and [5].

Figs. 4, 5 and 6 also indicate the manner of variation of the grinding ratio G with the grinding parameters.

Assuming that the cutting action takes place on the wear land only [5], the wheel wear was evaluated by the area under the trace obtained (the hachure surface in Fig. 2) times the wheel circomference.

Corresponding to Figs. 4 and 6 the grinding ratio G decreases when the crossfeed increased. These results agree with [16] but do not agree with [14] where the situation is exactly inverse. When the workpiece speed increases, Fig. 5, the grinding ratio increases. These results do not agree with [14] and [16] papers, where inverse is the situation.

Received March 15, 1973

Polytechnic Institute, Jassy
Department of Mechanical Engineering

REFERENCES

1. Takenaka N., *A Study of the Grinding Action by Single Grit.* Annals of the CIRP **XIII**, 183–190 (1966).
2. Eiss N. S., *Factors of Abrasive Grain in Grinding.* Trans. ASME, series B, **89**, 463–470 (1967).
3. Purcell J., *Numerical Assessement of Grinding Wheel Performance.* Metal Working Prod., **60** (February 1963).
4. Hillier M. J., *On a Three-Dimensional Model of the Surface Grinding Process.* Int. J. Mach. Tool Des. Res., **6**, 109 (1966).
5. Benerjee J. K., Hillier M. J., *Wheel Wear Patern in Surface Grinding.* Manuf. Res., 59 (February 1969).
6. Lindsay R. P., Hahn R. S., *On the Basic Relationship Between Grinding Parameters.* Annals of the CIRP, **XVIII** (1970).
7. Marino H., *On the Tool Life of Grinding Wheel in Precision Grinding of Hardened Steel.* Bul. Jap. Soc. of Prec. Eng., **2**, *1* (1966).
8. Weill R., *Experimental Assessement in the Grinding Wheel Wear Mechanism.* Microtechnik, **XV**, *6* (1961).
9. Yoshikawa H. a. o., *Study of Wear of Grinding Wheels.* Trans. ASME, series B, **85** (February 1963).
10. Snoeys R. a. o., *Review of Results of the Co-operation Research Program of the CIRP Grinding Group.* Annals of the CIRP, **XVIII** (1970).
11. Kamamura S., *On the Wear of Abrasive Grains in the Grinding.* Bul. of. JSME, **36**, *3* (1970).
12. Polloch C., *The Wheel Wear and Metal Removal Mechanisms in Vertical Spindle Abrasive Machining of Mild Steel.* Trans. ASME, series B, **90**, 365 (May 1968).
13. Goepfert G. J. a. o., *The Wear of Abrasives in Grinding.* Mech. Eng., **81**, 69 (April 1959).
14. Nagy H. A., *The Influence of Some Factors on Surface Finish and Grinding Wheel Wear in Surface Grinding.* M. Sc. Degree, Univ. of Manchester, Inst. of Science and Technology, 1972.

15. Graham W., *An Investigation into the Factors Affecting the Wear of Grinding Wheels Grinding Steels.* Ph. D. thesis, Univ. of Manchester, Inst. of Science and Technology, 1969.
16. Shaw M. C., *The Grinding of Metals.* Conf. Inst. of Mech. Engrs., 1958.
17. Pruteanu O. V., *The influence of Cutting Parameters on the Surface Roughness in Surface Grinding.* Bul. Inst. polit. Iași, **XIX (XXIII)**, *3—4*, s. IV (1973).

INFLUENȚA PARAMETRILOR REGIMULUI DE AȘCHIERE ASUPRA UZURII DISCURILOR ABRAZIVE LA RECTIFICAREA PLANĂ

(Rezumat)

Se prezintă încercările efectuate privind influența parametrilor regimului de așchiere asupra uzurii discurilor abrazive la rectificarea plană. Se insistă asupra aparaturii și metodicii de înregistrare și măsurare a uzurii discurilor abazive, stabilindu-se grafice de variație a unghiului autoformat în zona de așchiere. De asemenea se prezintă variația raportului de rectificare G, care reprezintă raportul între volumul de metal îndepărtat și volumul de uzură al discului abraziv.

Rezultatele se prezintă comparativ cu cele obținute în alte lucrări similare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9

UNELE ASPECTE PRIVIND COMPORTAREA ÎN FUNCȚIONARE A DORNURILOR CU HIDROPLAST

DE

N. GOJINEȚCHI, N. GHERGHEL și N. PARASCHIVESCU

Mecanismele de centrare și strîngere cu hidroplast asigură o înaltă precizie a poziționării semifabricatelor supuse prelucrării sau controlului. Literatura de specialitate prezintă [1]...[8] o serie de date teoretice, experimentale și indicații constructive și de proiectare referitoare la acest tip de dispozitive de lucru.

Lucrarea de față se referă la unele aspecte privind comportarea în funcționare a unor dornuri cu hidroplast construite și utilizate la Fabrica de rulmenți din Bîrlad. Pentru cercetare s-a utilizat aparatul prezentat în fig. 1, care permite măsurarea forței Q de acționare a plunjerului, presiunea p a hidroplastului, forța axială de strîngere P, momentul de strîngere M precum și deformația radială δ a bucșei elastice a dornului.

Aparatul cuprinde dornul cu hidroplast de construcție obișnuită, pe care se poziționează semifabricatul *2*. Forța de acționare Q a dornului este dezvoltată de mecanismul cu șurub *3* și măsurată de dinamometrul *4*, iar forța axială de strîngere P egală cu forța necesară deplasării semifabricatului *2* pe direcție axială, este măsurată de dinamometrul *5*. Momentul de strîngere M este măsurat de torsiometrul *6* solidarizat cu semifabricatul *2* și rotit de mecanismul cu șurub *7*. Pentru măsurarea presiunii p a hidroplastului se utilizează manometrul *8* cu un corp separator ulei-hidroplast de tip cu membrană.

Aparatul prezentat poate fi utilizat atît pentru cercetarea complexă cît și pentru recepționarea acestor tipuri de dispozitive în condițiile producției.

Metodologia de cercetare constă în varierea parametrilor constructivi-funcționali ai dornului (ai bucșei elastice) sau a parametrilor funcționali cum sînt forța de acționare, presiunea la nivelul suprafeței de contact dintre plunjerul de acționare și hidroplast și urmărirea efectelor acestor variații asupra presiunii în zonele îndepărtate ale dornului, forțelor și momentelor de strîngere, deformării bucșei elastice, constanței forței de strîn-

gere în timp și la temperatura de așchiere etc., datele obținute prelucrîndu-se în mod corespunzător punerii în evidență și interpretării fenomenelor ce apar în funcționarea acestor dispozitive de lucru.

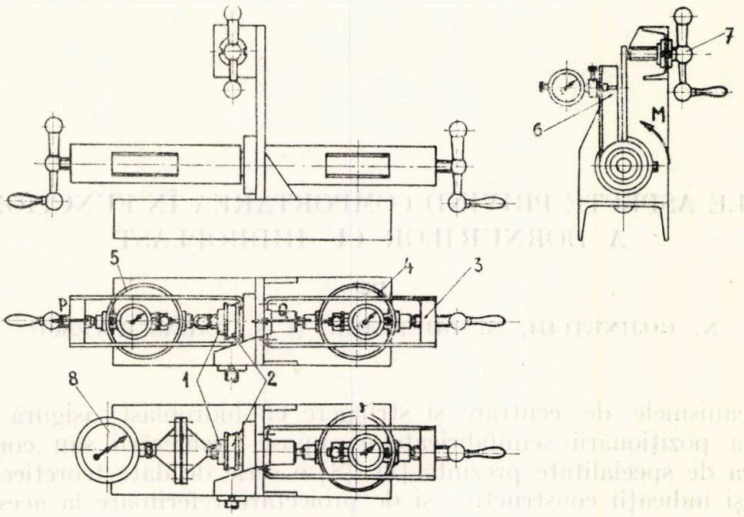


Fig. 1 *a*

Folosind aparatul și metodologia expusă mai sus s-a studiat comportarea în funcționare a dornurilor de tipul celui prezentat în fig. 5 *b* la temperatura + 22°C.

Rezultatele cercetărilor sînt prezentate în diagramele din fig. 2...5.

Diagrama din fig. 2 reprezintă variația presiunilor p_1 și p_2 la nivelul contactului plunjer-hidroplast, respectiv la nivelul manometrului 8. În timp ce presiunea p_1 crește liniar, presiunea p_2 are o aliură deosebită pe porțiunea inițială, care poate fi pusă pe seama faptului că, inițial, odată cu creșterea forței de acționare Q, are loc o creștere a volumului cavității umplute cu hidroplast, ca urmare a deformării bucșei elastice, pînă cînd aceasta ia contact cu semifabricatul. În continuare variația presiunii este aproximativ liniară. Fenomenul iese în evidență și din curbele de variație a momentului de strîngere M (fig. 3) și a forței axiale de strîngere P (fig. 4). Rezultă că, pentru a avea o strîngere sigură și constantă este necesar ca forța de acționare Q să depășească această zonă a curbei în care mărimea presiunii depinde de jocul dintre dorn și semifabricat.

Diagramele din fig. 5 arată modul de deformare a generatoarelor bucșei elastice pentru diferite forțe de strîngere Q. Se observă că aceste curbe prezintă un maxim care se deplasează continuu în lungul generatoarei bucșei elastice, deși este vorba de aceeași bucșă. Desigur, în timpul lucrului aceste curbe se aplatizează, însă din punct de vedere fenomenologic acest lucru

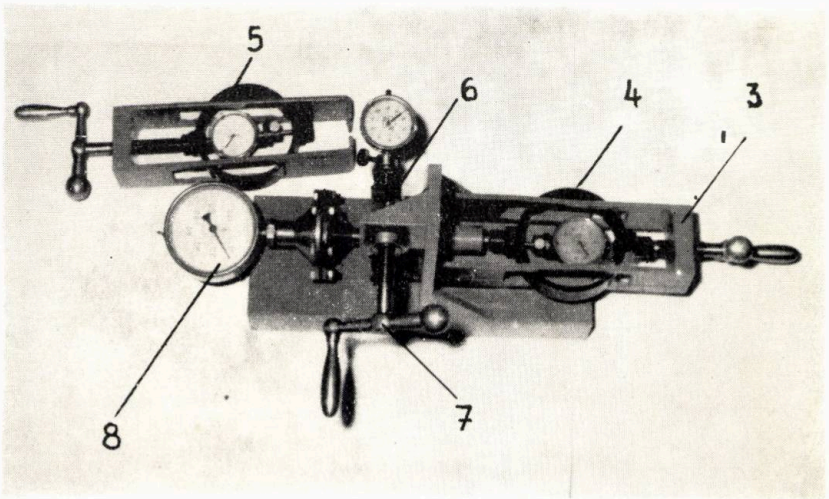


Fig. 1 *b*

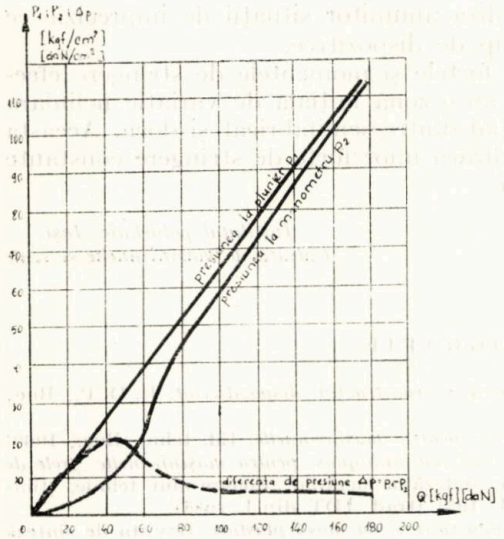


Fig. 2

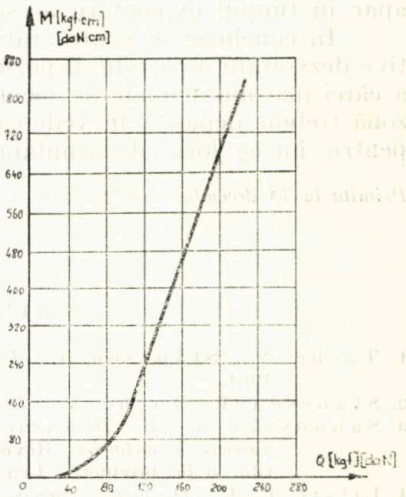


Fig. 3

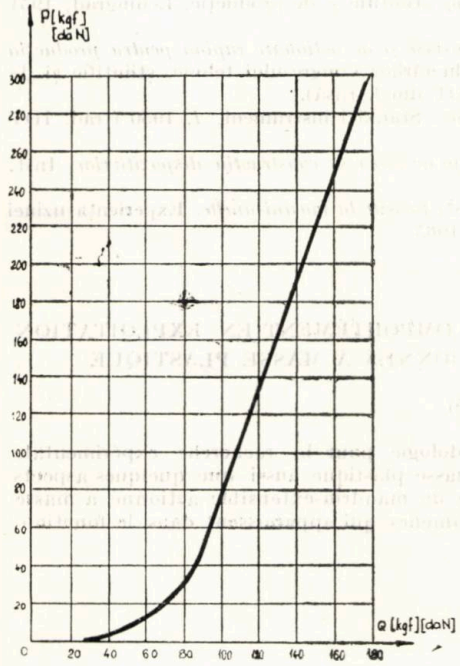


Fig. 4

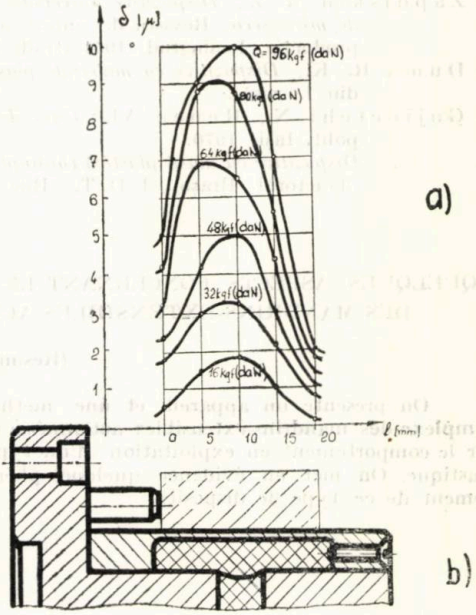


Fig. 5

trebuie avut în evidență pentru analiza anumitor situații de imprecizie ce apar în timpul exploatării acestui tip de dispozitive.

În concluzie se poate arăta că forțele și momentele de strîngere efective dezvoltate de aceste dispozitive, au o zonă inițială de variație neliniară a cărei mărime depinde de jocul inițial dintre semifabricat și dorn. Această zonă trebuie depășită în vederea realizării unor forțe de strîngere constante pentru întreg lotul de semifabricate.

Primită la 18 decembrie 1972

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Tache V., Stănescu I., *Proiectarea și construcția dispozitivelor.* E. D. P., Buc. 1964.
2. Stănescu I., Tache V., *Dispozitive pentru mașini-unelte.* Ed. tehn., Buc., 1969.
3. Sahnovski A. G., *Dispozitive de fixare cu hidroplast pentru mașini-unelte grele de așchiere a metalelor.* Revista de sinteză a lucrărilor Congresului tehnic, științific și de producție, Leningrad, 1951 (trad. IDT din l. rusă).
4. Lifșiț I. I., *Dispozitive precise de autocentrare cu masă plastică.* Revista de sinteză a lucrărilor Congresului tehnic, științific și de producție, Leningrad, 1951 (trad. IDT din l. rusă).
5. Samanirsk A. V., *Din experiența utilizării hidroplastului la dispozitive.* Revista de sinteză a lucrărilor Congresului tehnic, științific și de producție, Leningrad, 1951 (trad. IDT din l. rusă).
6. Zapdiskin M. Z., *Dispozitive universale precise și de acționare rapidă pentru producția de mică serie.* Revista de sinteză a lucrărilor Congresului tehnic, științific și de producție, Leningrad, 1951 (trad. IDT din l. rusă).
7. Duma R. K., *Dispozitive cu materiale plastice.* Stanki i instrument, *1*, 1950 (trad. IDT din l. rusă).
8. Gojineț chi N., Rener Al., *Curs de proiectarea și construcția dispozitivelor.* Inst. polit. Iași, 1970.
9. * * * *Dispozitive cu masă plastică (hidroplast) folosite la mașini-unelte.* Experiența uzinei „Tractorul" Brașov, I. D. T., Buc., 1965.

QUELQUES ASPECTS CONCERNANT LE COMPORTEMENT EN EXPLOITATION DES MANDRINS-EXTENSIBLES ACTIONNÉS À MASSE PLASTIQUE

(Résumé)

On présente un appareil et une méthodologie pour la recherche expérimentale complexe des mandrins-extensibles actionnés à masse plastique aussi que quelques aspects sur le comportement en exploitation d'un type de mandrin-extensible actionné à masse plastique. On met en évidence quelques phénomènes qui apparaissent dans le fonctionnement de ce type de dispositif.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9.0

ELABORAREA ȘI EXPERIMENTAREA UNUI EXCITATOR DE VIBRAȚII ELECTROMAGNETIC

DE

D. ZETU și GH. LUNGU

Pentru cercetarea experimentală a comportării mașinilor-unelte la solicitări dinamice, este necesar să se excite subansamblele sale cu forțe variabile și să se măsoare răspunsul vibrator al acestora. Unul dintre subansamblele mașinilor-unelte, la care comportarea dinamică prezintă o importanță deosebită, este subansamblul arbore principal, acesta ridicînd probleme deosebite atît în ceea ce privește crearea și aplicarea forței de excitație, cît și în ceea ce privește măsurarea amplitudinii vibrațiilor produse.

Întrucît la cercetarea dinamică a subansamblelor mașinilor-unelte se folosește metoda de excitare armonică, cu variația frecvenței, excitatorul de vibrații utilizat trebuie să realizeze următoarele :

a) o forță variabilă sinusoidal, de amplitudine oarecare ;

b) o forță constantă, de o valoare mai mare ca cea variabilă, care aduce în stare deformată (starea din timpul lucrului mașinii) elementul supus mișcării vibratorii ;

c) să permită variația frecvenței forței de excitație, pentru a putea cerceta comportarea subansamblului la diferite frecvențe și a determina frecvența proprie a lui (frecvența de rezonanță).

Pentru studiul comportării dinamice a mașinilor-unelte se folosesc trei tipuri de excitatoare : electrodinamice, electromagnetice și electrohidraulice. Excitatoarele electrodinamice prezintă dezavantajul că, deși au un volum mare, fiind greu de mînuit, realizează forțe statice și dinamice reduse [7]. Excitatoarele electrohidraulice realizează forțe de excitație mari, ceea ce le face utilizabile la excitarea mașinilor-unelte mari, dar variația efortului nu este obligatoriu sinusiodală [7]. Deși nu se găsesc în comerț, cea mai largă răspîndire în cercetarea comportării dinamice a mașinilor-unelte o au excitatoarele electromagnetice. Aceste excitatoare prezintă avantajul că între armătura excitată și miezul său există un întrefier, ceea ce face posibilă folosirea lor pentru excitarea elementelor în mișcare ale mașinilor-unelte.

În lucrare se prezintă un excitator electromagnetic de vibrații realizat în laboratorul de Mașini-unelte și scule de la Institutul politehnic din Iași și unele rezultate experimentale obținute prin excitarea unui subansamblu de arbore principal. Schema bloc a excitatorului, cu circuitele sale de alimentare, este dată în fig. 1. Excitatorul se compune din miezul *1*, cu suprafața polilor de formă cilindrică, cu raza de curbură egală cu a dornului *3*, care este introdus în locașul conic al arborelui principal și asupra căruia acționează forța dezvoltată de excitator, pe miez fiind prevăzute înfășurările *2*, *4* și *5*.

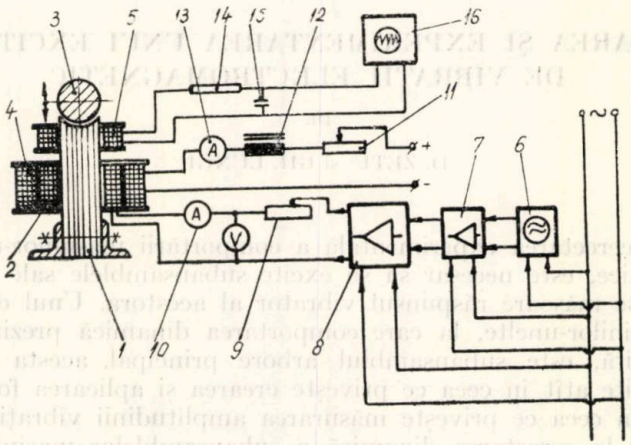


Fig. 1

Înfășurarea *2* servește pentru crearea forței dinamice, în care scop se alimentează cu un semnal sinusoidal dat de generatorul de frecvență variabilă *6*. Acest semnal este amplificat prin preamplificatorul *7* și amplificatorul de putere *8* și, apoi, trecut prin reostatul de reglare și adaptare *9* și ampermetrul de control *10*.

Pentru a putea admite că sub acțiunea forței dinamice subansamblul se comportă ca un sistem mecanic liniar, se aplică arborelui o forță statică de cîteva ori mai mare decît forța dinamică. Din acest motiv, precum și pentru a obține vibrații de aceeași frecvență cu frecvența semnalului dat de generatorul *6* și pentru a face posibilă măsurarea forței dinamice cu ajutorul bobinei *5*, excitatorul a fost prevăzut cu înfășurarea de curent continuu *4*. Alimentarea acesteia se face de la rețeaua de curent continuu printr-un „circuit dop" format din reostatul *11* și bobina de șoc *12*, montate în serie, dop care înlătură influența fluxului magnetic indus în înfășurarea *4* de către fluxul magnetic variabil din înfășurarea *2*.

Alimentînd cele două înfășurări ale excitatorului, inducția circuitului magnetic al acestuia va fi:

$$B = B_0 + B_1 \sin \omega t, \tag{1}$$

în care B_0 este inducția constantă creată de înfășurarea *4* alimentată cu curent continuu. Forța dezvoltată de excitator, în acest caz, este dată de relația :

$$F = \frac{S}{4\pi\mu_0}\left(B_0^2 + \frac{1}{2}B_1^2 + 2B_0 B_1 \sin \omega t - \frac{1}{2}B_1^2 \cos 2\omega t\right). \tag{2}$$

Dacă $B_0 \gg B_1$, ultimul termen din relația (2) se poate neglija și, atunci, frecvența forței dinamice și, deci, a vibrației produse este egală cu frecvența semnalului sinusoidal dat de generator, iar forța statică este, practic, independentă de valoarea forței dinamice.

Parametrii constructivi și electrici ai excitatorului au fost astfel proiectați, încît acesta să realizeze o forță statică maximă de 60 daN și o forță dinamică maximă de 15 daN, aceasta în corelație și cu puterea maximă (150 W) pe care o poate furniza amplificatorul electronic de putere.

Avînd în vedere dificultățile produse de folosirea unui dinamometru pentru măsurarea forței dinamice dezvoltate de excitator [3], [4], [6]...[8], la excitatorul proiectat și realizat în laborator s-a introdus o bobină de măsurare *5*. În această bobină se induce o tensiune electromotoare, a cărei integrală este proporțională cu forța dinamică produsă de excitator. Posibilitatea măsurării forței dinamice prin această metodă rezultă din următoarele. Avînd în vedere (2), forța dezvoltată de excitator se poate scrie :

$$F = K_1\left(B_0^2 + \frac{1}{2}B_1^2 + 2B_0 B_1 \sin \omega t - \frac{1}{2}B_1^2 \cos 2\omega t\right), \tag{3}$$

din care, pentru componenta dinamică, rezultă relația :

$$F_{din} \simeq K_1 2B_0 B_1 \sin \omega t. \tag{4}$$

Pe de altă parte, tensiunea indusă într-o bobină este dată de

$$U = K_2 \frac{dB}{dt}, \tag{5}$$

iar

$$\int U\,dt = K_2 B_1 \sin \omega t \tag{6}$$

cu condițiile inițiale de aici și se poate scrie :

$$\int U\,dt = K_3 F_{din}; \qquad K_3 = \frac{K_2}{K_1 2B_0}. \tag{7}$$

Avînd în vedere (7), tensiunea indusă în înfășurarea *5* este trecută prin circuitul de integrare-rezistența *14* și condensatorul *15* — și se aplică osciloscopului cu două spoturi *16*. Pe acesta va apare imaginea efortului dinamic creat de excitator în mărime ce depinde de mărimea semnalului sinusoidal introdus în excitator și de mărimea amplificării osciloscopului.

Vibrația produsă cu ajutorul excitatorului electromagnetic a fost măsurată cu un traductor capacitiv, de la care semnalul ajunge pe ecranul osciloscopului *16*.

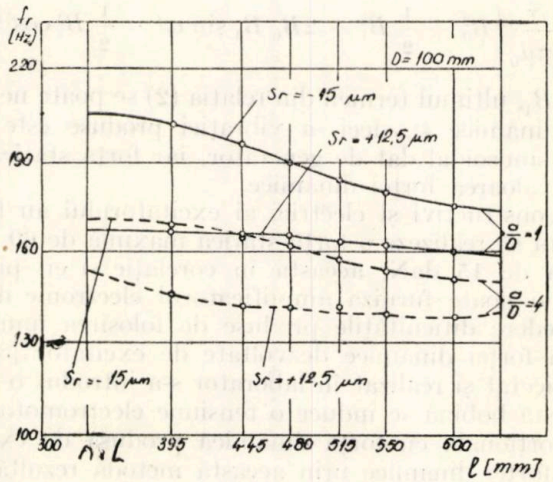


Fig. 2

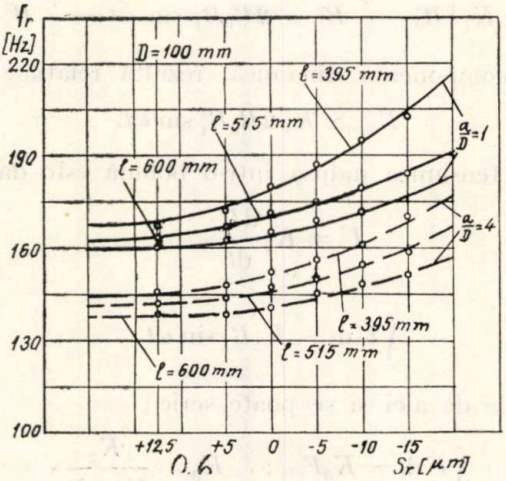


Fig. 3

Încercările experimentale s-au efectuat pe un subansamblu de arbore principal de strung, la care s-a determinat frecvența de rezonanță în condițiile modificării distanței dintre lagărele arborelui, a jocului radial din lagărul din față și a lungimii în consolă a arborelui. Frecvența de rezonanță

s-a citit pe generatorul de semnal variabil în momentul cînd semnalul de pe ecranul osciloscopului indica amplitudinea maximă a vibrației. Variația frecvenței de rezonanță în funcție de distanța dintre lagăre l, de jocul radial din lagărul din față S_r și de lungimea în consolă a este dată de graficele din fig. 2, 3 și 4.

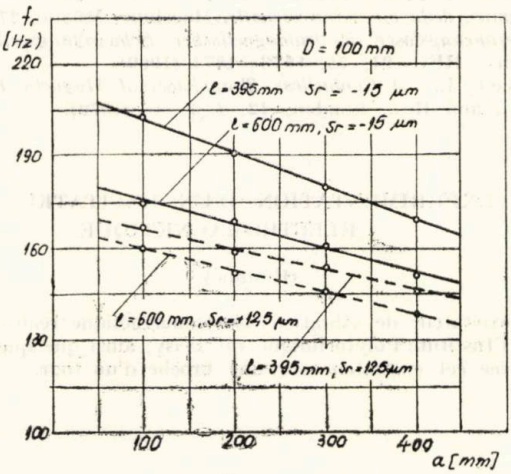


Fig. 4

Analizînd graficele din fig. 2, rezultă că, cu cît distanța dintre lagărele subansamblului arbore principal crește, frecvența de rezonanță scade mai pronunțat în cazul prestrîngerii lagărului ($S_r = -15$ μm), indiferent de lungimea consolei. Din fig. 3 rezultă că frecvența de rezonanță crește odată cu micșorarea jocului radial din lagăr, aceasta în special cînd distanța dintre lagăre este mică și cînd jocul radial devine mai mic ca 0 μm. În sfîrșit, așa cum rezultă din fig. 4, frecvența proprie a subansamblului scade, aproximativ liniar, odată cu creșterea lungimii în consolă a arborelui. Graficele trasate în cele trei figuri permit să se determine valorile optime ale parametrilor l, S_r și a, la proiectarea subansamblului, avînd în vedere valoarea convenabilă a frecvenței sale de rezonanță.

Primită la 17 decembrie 1973

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Авакян В. А., Аджемян В. Г., *Динамические характеристики шпиндельного узла прецизионого токарного станка.* Станки и инстр., *11*, 3—5 (1969).
2. Bell R., Dalbey M., *An Electro-hidraulic Excitator for Machine Tool Testing.* CIRP Anals, London, **18**, *2*, 207—212 (1970).

3. De Ro M., *Essais dynamiques de macchines outils au moyen de l'excitateur magnétique équipé de generateurs de Hall.* Rev. M., Louvain, **15**, *4*, 215–221 (1969).
4. Honda M., Iasui T., *Research on the Dynamic Rigidity of Machine Tools* (I). J. of Mech. Laboratory Tokyo, **13**, *5*, 210–218 (1959).
5. Jakkel O., *Szerszámgépföorsók statikus és dinamikus merevségi vizsgálata, vizsgálata.* Gép, Budapesta, *4*, 153–159 (1970).
6. Kunkel H., *Das dynamische Verhalten des System Hauptspindel-Lagerungen einer Werkzeugmaschine.* Industrie-Anzeiger, Essen – RFG, **89**, *20*, 91–94 (1967).
7. Mirski F., *Dinamica della macchina utensile.* Macchine, Milano, **27**, *7*, 369–381 (1972).
8. Pfeifer T., *Berührungsloser elektromagnetischer Schwingungserreger.* Industrie-Anzeiger, Essen – RFG, **91**, *76*, 1873–1874 (1969).
9. Plas J., Janssen L., *A Contactless Transistorized Magnetic Exciter.* Int. J. Mach. Tool. Des. and Res., London, **12**, *1*, 1–16 (1972).

ÉLABORATION ET EXPÉRIMENTATION D'UN EXCITATEUR DE VIBRATIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUE

(Résumé)

On présent un excitateur de vibrations électromagnétique réalisé dans le Laboratoire de Machine-outils de l'Institute Polytechnique du Iassy, ainsi que quelques résultats expérimentales obtenues avec cet excitateur sur une broche d'un tour.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.01

ASPECTE ALE EVOLUȚIEI OSCILAȚIILOR FORȚATE ȘI ONDULAȚIILOR PE SUPRAFAȚA PRELUCRATĂ, ÎN SISTEMUL CU REACȚII ÎNTÎRZIATE, LA RECTIFICAREA CILINDRICĂ

II. MODIFICĂRI ALE OSCILAȚIILOR FORȚATE ÎN SARCINĂ FAȚĂ DE MERSUL ÎN GOL

DE

COSTACHE DRUȚU și SILVIA DRUȚU

1. Introducere

Analiza modificărilor spectrului oscilațiilor pe timpul așchierii, față de mersul în gol, este făcută de K u d i n o v pentru strunjire. Rectificarea prezintă unele aspecte specifice legate de prezența simultană a două reacții întîrziate cu timpii de întîrziere τ_1 și τ_2 diferiți și cu coeficienți de reacție μ_1 și μ_2 de asemenea diferiți.

În modalitatea de analiză prezentată de K u d i n o v apare necesitatea construcției caracteristicii $W_y e^{-j\tau_1\omega}$ în care W_y este funcția de transfer a sistemului închis numai prin reacție negativă directă. Datorită variației foarte repezi a argumentului lui $e^{-j\tau_1\omega}$ cu ω la timpi τ_1 corespunzători turațiilor reale ale piesei, caracteristica $W_y e^{-j\tau_1\omega}$, rezultă într-o formă care face destul de dificilă efectuarea în continuare a analizei propuse.

Cu varianta prezentată de relația [1, (8)] se poate stabili o modalitate, relativ mai facilă, de analiză a comportării sistemului tehnologic al rectificării la acțiunea diferiților perturbatori.

2. Modificările oscilațiilor forțate

Forțele perturbatoare pot fi descompuse în serii Fourier, deci în componente variabile sinusoidal, de pulsații ω diferite. Se poate considera, cu suficientă exacticitate că, pentru micile oscilații, structura elastică se află

în domeniul de liniaritate, deci efectul unei forțe oarecare va putea fi determinat prin suprapunerea efectelor componentelor sale.

În cazul încărcării cu o forță f_r sinusoidală, cu pulsația ω, comportarea sistemului închis poate fi caracterizată de răspunsul armonic determinat din relația [1, (8)] prin înlocuirea lui s cu $j\omega$ deci:

$$(1) \qquad W_f(j\omega) = \frac{Y}{F_r}(j\omega) = \frac{W_r(j\omega)}{1 + \gamma W(j\omega)(1 - \mu_1 e^{-j\omega\tau_1} - \mu_2 e^{-j\omega\tau_2})}.$$

Deplasarea dintre discul abraziv și piesă pe timpul rectificării exprimată în forma complexă $Y(j\omega)$ va fi dată de

$$(2) \qquad Y(j\omega) = \frac{W_r(j\omega) F_r(j\omega)}{1 + \gamma W(j\omega)(1 - \mu_1 e^{-j\omega\tau_1} - \mu_2 e^{-j\omega\tau_2})} = \frac{Y_g(j\omega)}{A(j\omega)}.$$

Numărătorul $Y_g(j\omega)$ al relației (2) exprimă, în formă complexă, elongația oscilației forțate la mersul în gol. Această elongație, ca și ale altor componente datorate spectrului de perturbatori, se poate determina prin măsurarea directă, la mersul în gol, a deplasării relative dintre discul abraziv și piesă.

Relația (2) oferă posibilitatea a se determina modificările spectrului oscilațiilor la rectificare față de cele la mersul în gol, cît timp sistemul este stabil.

După cum se vede, elongația fiecărei componente de pulsație ω a spectrului în gol se împarte la numărul complex $A(j\omega)$ de la numitor, de asemenea dependent de ω. Astfel încît modificările în amplitudine și fază ale oscilațiilor la rectificare, față de mersul în gol, sînt determinate de amplitudinea și faza numitorului expresiei (2).

Este necesar, mai întîi a se determina răspunsul armonic $W(j\omega)$ al structurii mașinii de rectificat. Determinarea se face experimental prin încărcarea mașinii cu o forță sinusoidală ce acționează simultan asupra discului abraziv și piesei, pe direcția forței de așchiere și măsurarea deplasării produse între disc și piesă pentru diferite pulsații ω ale forței de încărcare [2], [4], [6], [7], [10].

În fig. 1 s-a reprezentat răspunsul armonic al sistemului deschis $W_d(j\omega) = \gamma W(j\omega)$ utilizînd un răspuns armonic tipic al structurii elastice, $W(j\omega)$ [2]. Pentru γ s-a luat 0,5 daN/μm, o valoare frecventă pentru mașina de rectificat cilindric, exterior, al cărui răspuns armonic s-a ales pentru analiză.

Pentru perturbațiile măsurate la mersul în gol, sau determinate pe baza spectrului surselor de perturbații și a răspunsului armonic corespunzător se determină, prin construcție grafică, vectorii $A(j\omega)$ reprezentînd numitorul relației (2). În fig. 1 s-a luat în considerație existența a doi perturbatori, respectiv pe frecvențele $f_1 = 340$ Hz și $f_2 = 420$ Hz; turația discului abraziv $N_1 = 1\,800$ rot/min și turația piesei $N_2 = 200$ rot/min. Construcția s-a făcut pentru $\mu_1 = 0{,}2$, $\mu_2 = 0{,}3$, valori conforme cu situații reale.

Vectorul $A(j\omega)$ reprezentînd numitorul relației (2) poate fi notat ca:

$$A(j\omega) = 1 + W_d(j\omega) + A_1(j\omega) + A_2(j\omega),$$

în care

$$A_1(j\omega) = -\mu_1 W_d(j\omega)e^{-j\omega\tau_1}, \qquad A_2(j\omega) = -\mu_2 W_d(j\omega)e^{-j\omega\tau_2}.$$

Modulele vectorilor $A_1(j\omega)$ și $A_2(j\omega)$ sînt:

$$|A_1(j\omega)| = \mu_1 |W_d(j\omega)| \quad \text{și} \quad |A_2(j\omega)| = \mu_2 |W_d(j\omega)|,$$

valori care diferă pentru frecvențele f_1 și f_2.

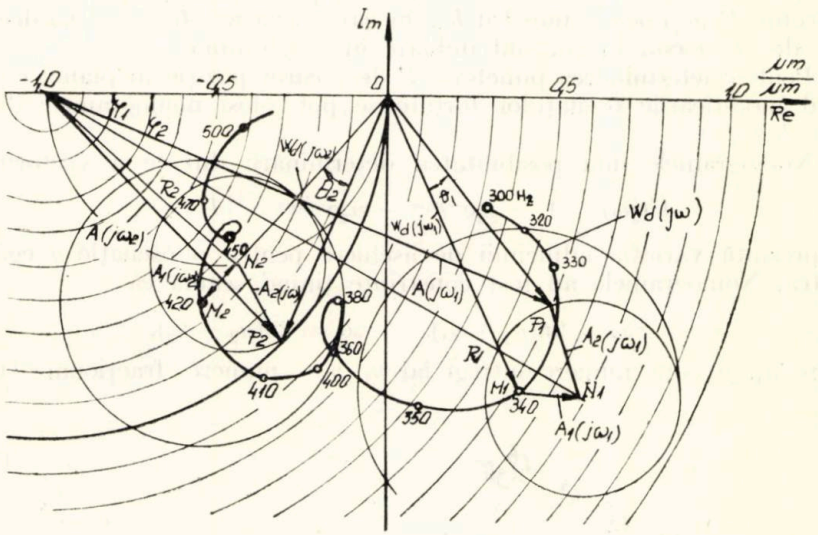


Fig. 1

Argumentele vectorilor $A_1(j\omega)$ și $A_2(j\omega)$ sînt, pentru perturbatorul cu $f_1 = 340$ Hz:

$$\arg(-e^{-j\omega_1\tau_1}) = -2\pi(10{,}83), \qquad \arg(-e^{-j\omega_1\tau_2}) = -2\pi(102{,}55).$$

După cum se vede vectorul $A_2(j\omega_1)$ face o rotație completă la o variație relativ mică a turației N_2. O asemenea variație poate fi dată de inexactitatea reglării turației piesei, alunecarea din electromotor sau curele astfel încît poate fi considerată ca posibilă orice poziție a vectorului $A_2(j\omega_1)$, extremitatea vectorului $A(j\omega_1)$ rotindu-se astfel pe cercul corespunzător, cu valoare minimă în punctul R_1. Din construcția grafică rezultă că $A(j\omega_1)$ este supraunitar, deci oscilația forțată de la mersul în gol pe frecvența $f_1 = 340$ Hz se diminuează la instalarea procesului de rectificare de 1,56 ori și își schimbă faza cu unghiul $\varphi_1 = 22°$. După cum se vede pe fig. 1 pentru

orice turație a discului abraziv și al piesei, cercul cu raza $(\mu_1 + \mu_2) \mid W_d(j\omega_1) \mid$ și centrul în M_1 nu intersectează cercul cu raza egală cu unitatea dus din punctul $(-1\,;\ j0)$, deci $\mid A(j\omega_1) \mid > 1$. Aceasta înseamnă că perturbația avînd frecvența de 340 Hz este întotdeauna diminuată la instalarea procesului de rectificare.

Pentru perturbatorul cu frecvența $f_2 = 420$ Hz :

$$\arg\,(-e^{-j\omega_2\tau_1}) = -2\pi(13{,}5), \qquad \arg(-e^{-j\omega_2\tau_2}) = -2\pi(126{,}8).$$

După cum reiese din construcția grafică pentru acest perturbator $\mid A(j\omega_2) \mid = 0{,}92$, deci oscilațiile în gol vor fi amplificate. Defazajul este de $\varphi_2 = 46°$. Se observă că, există o turație a piesei pentru care extremitatea vectorului $A_2(j\omega_2)$ ocupă punctul R_2, în care situație $\mid A(j\omega_2) \mid = 0{,}5$ deci oscilațiile de la mersul în gol sînt dublate în amplitudine.

Pentru determinarea punctelor P de a căror poziție în planul complex depind modificările oscilațiilor forțate se pot folosi nomogramele din fig. 2 *a* și *b*.

Nomogramele dau posibilitatea determinării directe a vectorului

$$U(j\omega) = 1 - \mu_1 e^{-j\tau_1\omega} - \mu_2 e^{-j\tau_2\omega} = \mid U \mid e^{j\theta},$$

ce reprezintă variația adîncimii de așchiere pentru o oscilație y egală cu unitatea. Nomogramele au fost construite ținînd seama că

$$\tau_1\omega = 2\pi(n_1 + \nu_1), \qquad \tau_2\omega = 2\pi(n_2 + \nu_2),$$

în care n_1, n_2 sînt numere întregi iar ν_1, ν_2 — numere fracționare subunitare.

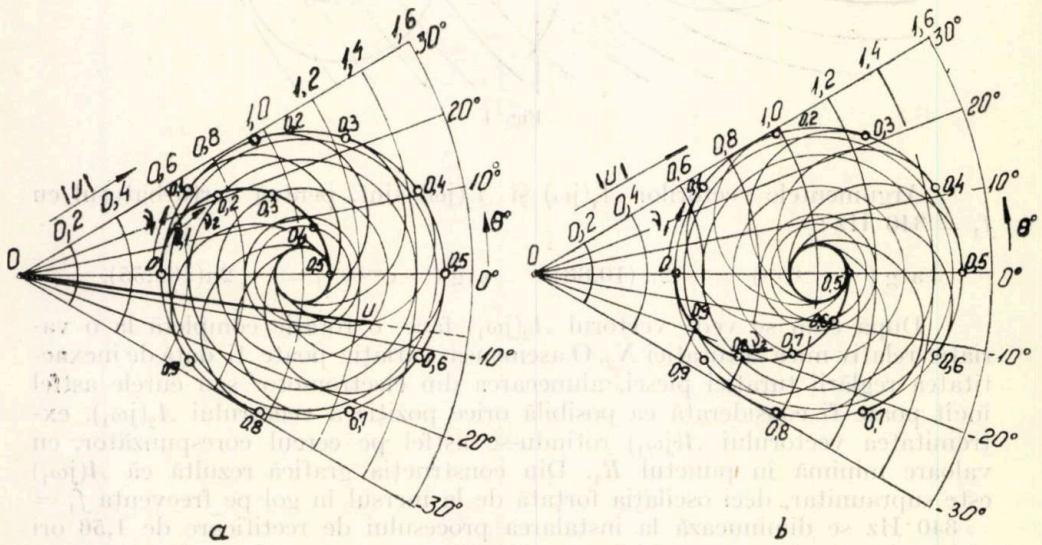


Fig. 2

Pentru fiecare componentă cu pulsația ω a oscilațiilor forțate în gol se determină fracțiunile ν_1 și ν_2 și funcție de turațiile N_1 și N_2 ale discului, respectiv piesei. Cu valorile ν_1 și ν_2 astfel calculate se fixează punctul U pe fig. 2 *a* sau *b*, punct pentru care se citesc modulul $|U|$ și faza θ în coordonatele polare. Cu modulul vectorului OP dat de $|OP| = |U||W_d|$ și unghiul θ se află poziția punctului P în planul complex. În fig. 2 este fixat punctul U pentru $\nu_1 = 0{,}4$ și $\nu_2 = 0{,}3$. Înmulțirea vectorului $W_d(j\omega)$ cu vectorul U va duce la o defazare negativă $\theta = -7^0$ a vectorului $W_d(j\omega)$ și o amplificare de 1,28 ori a acestuia.

3. Concluzii

Din analiza efectuată se pot desprinde cîteva concluzii referitoare la modul în care se modifică spectrul oscilațiilor la mersul în gol cînd se conectează procesul de rectificare.

1. Amplificarea sau atenuarea oscilațiilor forțate este hotărîtă de poziția punctului P față de cercul $|A(j\omega)| = 1$.

2. Există, pentru fiecare perturbator, anumite valori ale turației discului abraziv și piesei pentru care oscilația forțată la mersul în gol suferă o amplificare maximă. Pentru componentele de înaltă frecvență ale spectrului aceste modificări pot fi deosebit de mari.

3. Creșterea constantei rectificării γ are în general o influență favorabilă pentru diminuarea oscilațiilor forțate. Odată cu creșterea lui γ au loc creșteri ale modulelor vectorilor OP fără schimbare de fază ceea ce aduce după sine o creștere în modul a vectorilor $A(j\omega)$. Excepție fac oscilațiile forțate de pulsații ω cărora le corespund puncte P aflate în semicercul cu raza 0,5 și centrul în punctul $(-0{,}5\,;\ j0)$, pentru care creșterea lui γ duce la o amplificare mai pronunțată.

4. Ondulațiile înscrise pe piesă depind nemijlocit de oscilațiile forțate. Amplitudinea oscilațiilor reprezintă fracțiunea μ_2 din amplitudinea oscilațiilor forțate. Numărul ondulațiilor pe periferia piesei este dat de raportul dintre frecvența perturbatorului și frecvența de rotație. Modificările produse în spectrul de oscilații forțate conduc la modificări corespunzătoare în profilograma secțiunii transversale a piesei de rectificare.

Primită la 23 martie 1973

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Druțu C., Druțu S., *Aspecte ale evoluției oscilațiilor forțate și ondulațiilor pe suprafața prelucrată, în sistemul cu reacții întîrziate, la rectificarea cilindrică* (I). Bul. Inst. polit. Iași, **XIX (XXIII)**, *3—4*, s. IV (1973).
2. Bartalucci B., *Grinding Process Instability*. Trans. ASME (August 1969).
3. Cuntze E. O., *Enstehung und Minderung von Ratterschwingungen beim Schleifen*. Ind. Anz., **14**, *13* (1969).

4. Deac L., *Contribuţii la stabilirea preciziei procesului de rectificare.* Teză de doctorat, Inst. polit. Cluj, 1970.
5. Каминская В. В., *Расчет колебаний несущих систем станков, находящихся под действием импульсных возмущений.* Ст. и инстр., *12* (1966).
6. Kudinov V. A., *Dinamica maşinilor-unelte* (trad. din l. rusă). Ed. tehn., Buc., 1968.
7. Кудинов В. А., *Закономерности развития колебаний и волнистости круга и изделия при врезном шлифовании.* Ст. и инстр., *2* (1970).
8. Micheletti G. F. e. a., *Contributo allo studio delle relazioni fra vibrazioni forzate e finitura superficiale nella rettificatura di pezzi cilindrici.* La ricerca scientifica, Roma, *10* (1967).
9. Polacek M. u. M., *Selbsterregte Scchwingungen beim Schleifen.* Maschinenmarkt, *11* (Februar 1964).
10. Sagyebo F., *Contribuţii la determinarea preciziei de prelucrare la rectificare.* Teză de doctorat, Inst. polit. Cluj, 1971.
11. Shiozaki S. a. o., *Generation and Growing Up Process of Self-Excited chatter Vibration in Grinding.* Bull. JSME, **13**, *63* (1970).

ВИДЫ РАЗВИТИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИИ И ВОЛНИСТОСТИ ОБРАБОТНОИ ПОВЕРХНОСТИ В СИСТЕМЕ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИХ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ ПРИ КРУГЛОШЛИФОВАНИИ

II. Преобразовании вынужденных колебании под нагружкои по отношению с теми на холостом ходу

(Резюие)

Вынужденные колебании между шлифовалным кругом и изделия во время шлифования, от которых зависят волнистости обработнои поверхности, отличается от вынужденных колебании между теми элементами на холостом ходу.

Различие, установленых и опытных, определеных дополнительных мгновенных и запаздавших связеи веденых р системе при установление процесса шлифования.

Во второи часть этои работе представляется способ определения измененци колебании холостого хода с начале шлифовального процесса.

Можно так предвидеть эти изменения которые способствуют выбор условии обработки для уменшения отрицательных следствии вынужденых колебании.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. D. 621.01

LE CALCUL DES ÉLÉMENTS OPÉRATIONNELS DU PROCESSUS D'USINAGE DES „LOTS" DE PIÈCES DIFFÉRENTES DANS LES CONDITIONS DE L'EXÉCUTION DE CERTAINES OPÉRATIONS AVEC DEUX OU PLUSIEURS MACHINES (I) [1]

PAR

M. NICULAE

1. Introduction

L'organisation de l'exécution d'une opération technologique avec deux ou plusieurs machines est déterminée de considérations technico-économiques concernant la réduction de la durée du cycle de fabrication et de la production qui n'est pas terminée, le fonctionnement continu des machines etc.

De telles mesures d'organisation sont nécessaires tant dans le cas de la production de masse (quand les pièces qu'on usine sur la même ligne technologique sont identiques), que dans le cas de la production de pièces uniques (quand les pièces qu'on doit usiner sont différentes).

On connait bien le fait que les structures des processus technologiques de la production de pièces sont plus complexes que celles de la production de masse.

Pour ces considérations, les relations de calcul des éléments opérationnels des processus de la production individuelle ne pevent pas être les mêmes que celles de la production en masse qui, d'ailleurs, sont bien connues.

Dans ce travail nous continuons nos recherches concrétisées dans les publications précédentes [3], [4], dans le but d'établir des méthodes pour le calcul de la durée du cycle de fabrication, le moment du commencement de l'operation par rapport à l'opération précédente i, nécessaires à l'organisation dans le temps de cas processus d'usinage.

---

[1]) Présentée au IV-ième Symposion d'Organisation et de direction de la production Timişoara, septembre 1972.

La signification des éléments d'organisation qu'on vient de mentionner et les relations pour leur calcul, formulées assez précisiment [4], sont :

a) La durée ($\Delta t_{\max_{i,j}}$)[2]) ou le décalage, après lequel on peut commencer l'usinage à l'opération suivante j par rapport à l'opération précédente i, de sorte qu'on assure la continnuité du travail à chaque machine, se calcule avec la relation :

$$\Delta t_{\max_{i,j}} = \left(\sum_{k=1}^{k} t_{ki} - \sum t_{kj} \geqslant 0 \right)_{\max}, \quad (k = 1, 2, 3, ..., n). \tag{1}$$

b) La durée (T_c) du cycle de fabrication de n pièces différentes qui passent par m opérations, se calcule avec la relation :

$$T_c = \sum_{k=1}^{k=n} t_{k(i=m)} + \sum_{i=2}^{i=m} \mathrm{E}t_{\max_i}, \tag{2}$$

où t_{ki} — la durée d'usinage de la pièce k à l'opération i ; $\sum_{k=1}^{k=n} t_{k(i=m)}$ — la totalité des durées d'usinage de toutes les pièces de la dernière opération du processus.

2. Calcul des éléments opérationnels

Pour une plus facile présentation des problèmes, nous ferons usage de modèles de processus avec des données numériques. Les méthodes de calcul proposées dans ce travail sont valables dans les conditions suivantes : la succession d'usinage des pièces est la même à toutes les opérations, l'usinage d'une pièces est réalisée entierement à la machine à laquelle elle est distribuée. La répartition des pièces aux machines de la même opération se fait par leur groupement, qui ne change pas d'une opération à l'autre.

L'opération h dont l'usinage est fait avec deux machines peut se trouver dans les situations suivantes :

a) „intérieure", quand lui suit ou lui précède une autre opération qui a leur tour, peuvent étre exécutées avec une ou deux machines ;

b) „initiale", la première opération du processus, à laquelle suit une opération exécutée avec une ou deux machines ;

c) „finale", avec laquelle se termine le processus d'usinage et à laquelle précède une opération qu'on exécute avec une ou deux machines.

Dans ce travail nous nous occuperons des processus qui sont dans la première des situations décrites au dessus.

---

[2]) Pour simplification, on emploie la notation $\overline{\Delta t}_{i,j}$ à la place de $\Delta t_{\max_{i,j}}$.

Pour le calcul des élèments opérationnels nécesaires à l'organisation dans le temps des processus de cette catégorie, nous partirons des relations de calcul (1) et (2) que nous transformerons d'après les nécessités.

2.1. Modèle de processus avec opération intérieure $h=2$, à deux machines (b et c)

Les opérations précédente *1* et suivante *3*, sont exécutées avec une seule machine (v. tableau 1).

Tableau 1

Opération i	Machine q_i	Pièce k							$\overline{\Delta t}$
		p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	
1	*a*	5	7	8	3	2	7	5	—
2	*b*	8	—	12	—	7	—	5	12.
	c	—	7	—	10	—	12	—	16
3	*d*	2.	5.	8.	5.	10.	9.	5.	13. : 5

$T_c = 69$ u. t

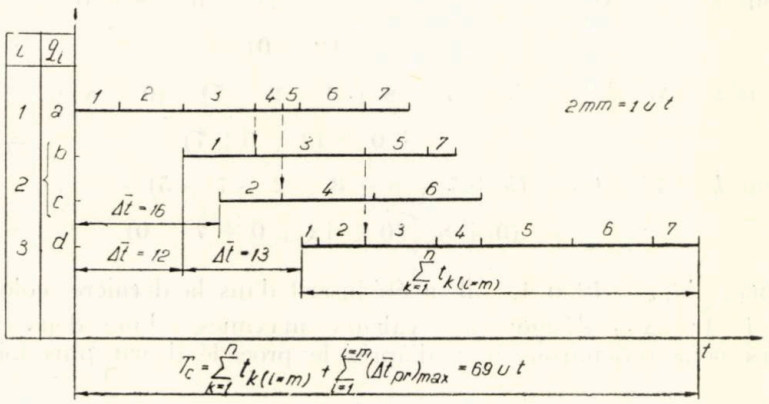


Fig. 1

2.1.1. *Calcul des décalages entre les opérations 1 et 2*

Étant donné que de la première opération travaille une seule machine, les pièces passent aux deux machines avec la deuxième opération, il est nécessaire de calculer les décalages pour chacune des machines de la deuxième opération par rapport à la première opération.

Conformément à la relation de calcul (1), il résulte les décalages [3])

$$\overline{\Delta t}_{a,b} = 12 \text{ u. t.} ; \quad \overline{\Delta t}_{a,c} = 16 \text{ u. t.}$$

Observation. Entre les machines de la même opération on ne calcule pas de décalages.

2.1.2. *Calcul des décalages entre les operations 2 et 3*

Le moment du commencement de la troisième opération est conditionné par les dates où sont terminées tant les pièces qu'on usine à la machine b que les pièces qu'on usine à la machine c. D'où il résulte qu'on va calculer le décalage de l'opération trois par rapport à chacune des machines de l'opération deux, et on obtiendra :

$$\overline{\Delta t}_{b,d} = 13 \text{ u. t.} ; \quad \overline{\Delta t}_{c,d} = 5 \text{ u. t.}$$

pour $k = 1$ $\quad \Delta t_{a,b} = \sum_{k=1}^{k} t_{a,k} - \sum_{h=0}^{k-1} t_{b,k} = 5 - 0 = 5$

pour $k = 2$ $\quad \Delta t_{a,b} = (5 + 7) - (0 + 8) = 4$

pour $k = 3$ $\quad \Delta t_{a,b} = (5 + 7 + 8) - (0 + 8 + 0) = 12$

pour $k = 4$ $\quad \Delta t_{a,b} = (5 + 7 + 8 + 3) - (0 + 8 + 0 + 12) = 3$

pour $k = 5$ $\quad \Delta t_{a,b} = (6 + 7 + 8 + 3 + 2) - (0 + 8 + 0 + 12 + 0) = 5$

pour $k = 6$ $\quad \Delta t_{a,b} = (5 + 7 + 8 + 3 + 2 + 7) - (0 + 8 + 0 + 12 + 0 + 7) = 5$

pour $k = 7$ $\quad \Delta t_{a,b} = (5 + 7 + 8 + 3 + 2 + 7 + 5) - (0 + 8 + 0 + 12 + 0 + 7 + 0) = 10$

Donc, $\overline{\Delta t}_{a,b} = 12$ u. t. ; il a été inscrit dans la dernière colonne du tableau 1. Ici $\overline{\Delta t}_{i,j}$ désigne les valeurs maximes, donc deux valeurs, desquelles nous retiendrons une, d'après le procédé décrit plus loin.

[3]) Nous donnons un exemple de calcul du décalage entre l'opération *1* (machine *a*) et l'opération *2* (machine *b*), en employant la relation (1).

2.1.3. *Calcul de la durée du cycle de fabrication*

La durée du cycle de fabrication de ces processus se réalise avec la relation (2), dont les termes, avec les données du modèle du tableau 1, sont déterminés par les relations :

Le premier terme, $\sum t_{k(i=m)} = 2 + 5 + 8 + 5 + 10 + 9 + 5 = 40$ u. t. est obtenu tres facilement. Il représente le total des durées d'usinage de toutes les pièces à la dernière operation du processus (désignées par un point dans le tableau 1).

Le deuxième terme se détermine en tenant compte des particularités structurales de ces processus technologique, étant nécessaire une méthodologie différente de celle déjà connue.

Dans les § 2.1.1 et 2.1.2 on a calculé les décalages nécessaires pour la détermination des moments du commencement du travail à chaque machine : on passe au problème combien et lesquels de ces décalages entrent dans le deuxième terme ($\sum \overline{\Delta t_i}$), dont il est question. Nous procéderons ainsi :

a) on associe par „couples" les décalages qu'on a obtenu par rapport à la même machine :

le cuple I : $\overline{\Delta t}_{a,b} = 12$ u. t. ; $\overline{\Delta t}_{b,d} = 13$ u. t.

le cuple II : $\overline{\Delta t}_{a,c} = 16$ u. t. ; $\overline{\Delta t}_{c,d} = 5$ u. t.

b) on calcule la somme A des décalages, „couples". Les décalages couples pour lesquels on obtient $A_{\max}$ constitueront le deuxième terme de la relation (2) de calcul de la durée du cycle de fabrication. On écrit :

$$A = \max (\overline{\Delta t}_{pr}) = \max (\overline{\Delta t}_{a,b} + \overline{\Delta t}_{b,d} \; ; \; \overline{\Delta t}_{a,c} + \overline{\Delta t}_{c,d}). \tag{3}$$

Avec les données de l'exemple donné, on obtient :

$$A = \max (12 + 13 \; ; \; 16 + 5) = 12 + 13,$$

d'où il résulte que les décalages du premier couple seront pris en considérations pour déterminer la durée du cycle de fabrication ; dans le tableau 1, ceux-ci sont désignées par un point.

Il résulte que la relation (2) doit être écrite ainsi :

$$T_c = \sum_{k=1}^{n} t_{k(i=m)} + A = \sum_{k=1}^{n} t_{k(i=m)} + \sum (\Delta t_{pr})_{\max}, \tag{4}$$

$$T_c = 44 + 25 = 69 \text{ u. t. ;}$$

nous précisons que le décalage de la troisième opération par raport à la deuxième est $\overline{\Delta t}_{b,d} = 13$, c'est-à-dire celui qui, additionné avec son couple, a conduit à la valeur maxime A.

2.1.4. *Interprétation graphique des calculs*

On a représenté les résultats dans la fig. 1. Ce graphique, construit à l'échelle, permet de faire les constatations suivantes :

a) le mode de calcul des éléments operationnels du processus présenté ci-dessus est rigoureusement exact ;

b) on assure la continuité du travail de chaque machine ;

c) on réalise pour certaines pièces (au moins une) la continuité de leur usinage a deux opérations voisines — fait marqué par des lignes coupées verticales.

On indique par celà le fait que pour une succession d'usinage des pièces, à l'aide de la relation (4) on obtient la plus petite durée possible du cycle de fabrication.

2.2. Processus d'usinage dans la structure duquel il y a deux opérations consécutives

On exécute les deux opérations sur deux machines (tableau 2 et fig. 2).

Tableau 2

Opération i	Machine q_i	Pièce k							$\overline{\Delta t}$
		p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	
1	*a*	5	2	4	3	5	3	8	—
	b	6	8	—	9	—	10	—	5.
2	*c*	—	—	6	—	14	—	11	
	d	2	4	—	9	—	21	—	18.
3	*e*	—	—	7	—	5	—	17	
4	*f*	4.	5.	7.	5.	3.	2.	6.	12.;

$T_c = 67$ u. t.

Étant donné que dans ce cas nous rencontrons aussi la situation du modèle précédent, nous présenterons içi seulement les nouveaux aspects résultés de la structure technologique de celui-ci, à savoir : la calcul des décalages entre les operations *2* et *3* et le calcul de la durée du cycle de fabrication.

2.2.1. *Décalage nécessaire pour la garantie du travail*

Le décalage nécessaire à garantir le travail à chacune des deux machines des opérations voisines *2* et *3*, se calcule taujours avec la relation (1) mais, cette fois-ci, nous la rapportons aux machines qui usinent les pièces

du même symbole (de la même subdivision). Considerant que dans les caisses vides nous avons des durées égales avec zéro et conformément au modèle de calcul du paragraphe précédent nous obtenons :

$$\overline{\Delta t}_{b,d} = 18 \text{ u. t. ; } \quad \overline{\Delta t}_{c,e} = 19 \text{ u. t.}$$

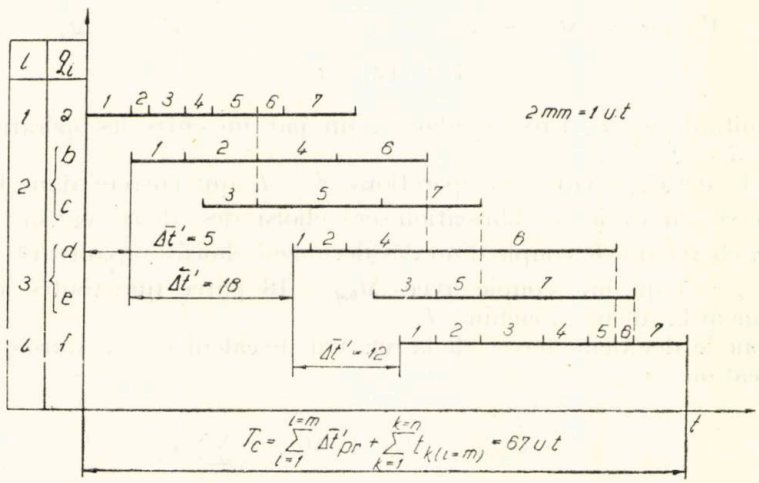


Fig. 2

Les décalages entre les opérations *1* et *2* sont :

$$\overline{\Delta t}_{a,b} = 5 \text{ u. t. ; } \quad \overline{\Delta t}_{a,c} = 18 \text{ u.t.}$$

Les décalages entre les opérations *3* et *4* sont :

$$\overline{\Delta t}_{d,f} = 12 \text{ u. t. ; } \quad \overline{\Delta t}_{e,f} = 3 \text{ u. t.}$$

Tous les six décalages nous les employons pour l'élaboration du graphique de la circulation des pièces pendant le processus, fig. 2. Ils déterminent les moments du début de l'activité à chaque machine dans les conditions de la garantie de la continuité du travail et, une durée minime du cycle de fabrication.

2.2.2. *Calcul de la durée du cycle de fabrication*

Le première terme de la relation de calcul (2) est facilement à déterminer : il représente, comme dans le cas précédent, la somme des durées écrites sur la dernière ligne du tableau 2 (marquées par un point)

$$\sum_{k=1}^{k=n} t_{k(i=m)} = 4 + 5 + 7 + 5 + 3 + 2 + 6 = 32 \text{ u. t.}$$

Le deuxième terme de la relation (2) représente dans ce cas une somme de $m - 1 = 3$ décalages ($m - b$ — nombre des opérations du processus), que nous allons choisir des six décalages calculés) ainsi :

a) en commençant avec la dernière opération du processus nous formons les couples de décalages et nous calculons la valeur A' :

$$A' = \max (\overline{\Delta t}_{f,e} + \overline{\Delta t}_{e,c} ; \quad \overline{\Delta t}_{f,d} + \overline{\Delta t}_{d,b}) = \overline{\Delta t}_{f,d} + \overline{\Delta t}_{d,b} ,$$

$$A' = 12 + 18,$$

en délimitant, ainsi, deux décalages : un par un entre les opérations *4* — — *3* et *3* — *2* ;

b) le décalage entre les opérations *2* — *1*, qui entrera dans le calcul de la durée du cycle de fabrication sera choisi des deux valeurs ($\overline{\Delta t}_{a,b}$ et $\overline{\Delta t}_{a,c}$), en cherchant, le couple d'un des décalages choisis auparavant : celui-ci sera $\overline{\Delta t}_{a,b} = 5$ qui fait couple avec $\overline{\Delta t}_{b,d} = 18$ parce que toutes les deux comprennent la même machine *b*.

Donc le deuxième terme de la relation de calcul de la durée du cycle de fabrication sera :

$$\overline{\Delta t}_i = \overline{\Delta t}_{f,d} + \overline{\Delta t}_{d,b} + \overline{\Delta t}_{b,a} = \sum_{i=1}^{i=m} \Delta t_{pr}$$

et donc :

$$T_c = \sum_{k=1}^{k=n} t_{k(i=m)} + \sum_{i=1}^{i=m} \overline{\Delta t}_{pr} = 32 + 12 + 18 + 5 = 67 \text{ u. t.}$$

2.2.3. Interprétation graphique

Pour ce modèle elle est présentée dans la fig. 2, sur laquelle on peut suivre les même éléments caractéristiques d'organisation dans le temps comme dans l'exemple précédent.

3. Conclusions

1. À la création des modèles technologiques traités dans ce travail, nous nous sommes inspirés de la pratique de l'industrie d'usinage ; de ces modèles on peut passer facilement à des processus réels plus complexes.

2. L'étude de ces processus, même sous forme de modèles, constitue une première dans ce domaine, et par les solutions proposées représentent une modeste contribution à l'extension des posibilités d'une meilleure organisation des processus de fabrication.

Reçue le 6 novembre 1973

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire d'Organisation et de Planification

BIBLIOGRAPHIE

1. * * * *Progrese în organizarea ştiinţifică a întreprinderilor.* I. D. T., Buc., *4* (1967).
2. Silion T., *Contribuţii la studiul coordonării proceselor de lucru la lanţurile neritmice.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **V (IX)**, *3—4* (1959).
3. Niculae M., *Cu privire la calculul duratei ciclului de fabricaţie.* Metalurgia şi construcţia de maşini, *11* (1961).
4. Niculae M., *Aspects nouveaux du calcul de la durée du cycle de fabrication des lots des pièces qui ne sont pas identiques.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XVIII (XXII)**, *1—2*, s. VIII (1972).

CALCULUL ELEMENTELOR OPERAŢIONALE ALE PROCESULUI DE FABRICAŢIE A „LOTURILOR" DE PIESE DIFERITE ÎN CONDIŢIILE EXECUTĂRII UNOR OPERAŢII LA DOUĂ SAU MAI MULTE MAŞINI (I)

(Rezumat)

Se prezintă modalitatea de organizare în timp a proceselor prelucrătoare, în cazu producţiei de unicate, cînd unele operaţii sînt executate la două maşini. Se dau relaţii de calcul pentru elementele operaţionale şi graficele circulaţiei pieselor prin procesul de prelucrare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9

DETERMINAREA PARAMETRILOR FORȚEI PRINCIPALE DE AȘCHIERE ÎN PROCESUL DE STRUNJIRE LONGITUDINALĂ A MATERIALELOR ROMÂNEȘTI STANDARDIZATE

GRUPA : FONTĂ CENUȘIE, TURNATĂ ÎN PIESE, STAS Nr. 568–61

DE

AUREL RĂILEANU și EMIL UNCHEȘEL

În această notă se expun rezultatele experiențelor făcute de autori pentru determinarea exponenților x_P, y_P și a constantei C_P, la strunjirea longitudinală a fontelor cenușii nealiate, cu grafit lamelar, și anume : Fc 10, Fc 15, Fc 20 și Fc 25. Piesele turnate asupra cărora s-au executat măsurătorile au fost obținute de la următoarele întreprinderi : Uzinele „Steagul Roșu" — Brașov, Uzinele „Nicolina" — Iași și Uzinele „1 Mai" — Ploiești. La toate materialele cercetate s-au determinat în prealabil rezistența la rupere prin tracțiune, duritatea și structura.

Experiențele referitoare la așchiere s-au făcut pe un strung românesc S3A, folosindu-se cuțite din oțel RW 180, cu următoarea geometrie : $\alpha = 10°$, $\gamma = 25°$, $\lambda = 0°$, $\varkappa = 45°$ și $\varkappa' = 15°$. Nu s-au folosit lichide de răcire-ungere. Cuțitul era montat pe un dinamometru tip G. A. Levit, prevăzut cu amortizor hidraulic și având pîrghia de transmitere a deformațiilor legată rigid la amortizor [1], [2].

Pentru determinarea valorilor numerice ale exponenților și a constantei din relația

$$P_z = C_P\, t^{x_P}\, s^{y_P} \tag{1}$$

s-au executat măsurări pentru diferite valori ale adîncimii de tăiere t și avansului s, la trei viteze de tăiere menținute aproximativ constante. Pentru aceleași valori ale variabilelor t și s, la cele trei viteze de tăiere, s-au calculat valorile medii, care introduse în relația de etalonare a dinamometrului

$$P_z = \frac{240\, d}{30 + l} \quad [\text{kgf}] \tag{2}$$

au dat valorile pentru forța P_z.

În relația (2), 240 este constanta dinamometrului, 30 reprezintă lungimea în consolă a cuțitului în suportul dinamometrului pînă la axa barei de torsiune (lungime măsurată în mm), l este lungimea în consolă a cuțitului, iar d, indicația în număr de diviziuni a comparatorului cu cadran cu precizia 0,01 mm, montat pe dinamometru.

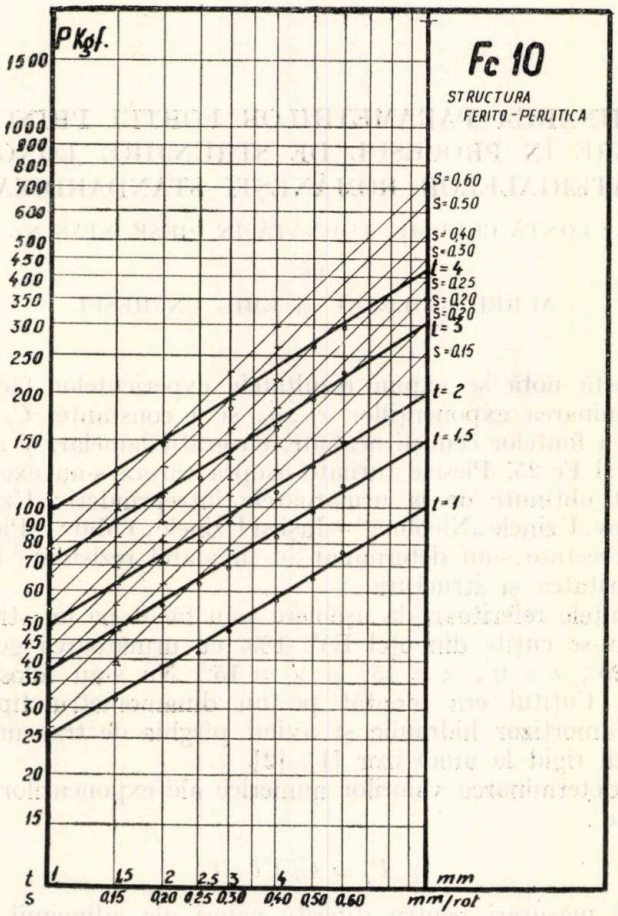


Fig. 1

Folosind valorile medii obținute în urma măsurărilor, s-au trasat prin puncte, în diagrame dublulogaritmice grupele de curbe aproximate cu drepte pentru $t =$ const. și pentru $s =$ const. (fig. 1...5). În continuare, luînd pe fiecare dreaptă cîte două puncte, s-au stabilit valorile exponenților x_P și y_P, folosind relațiile

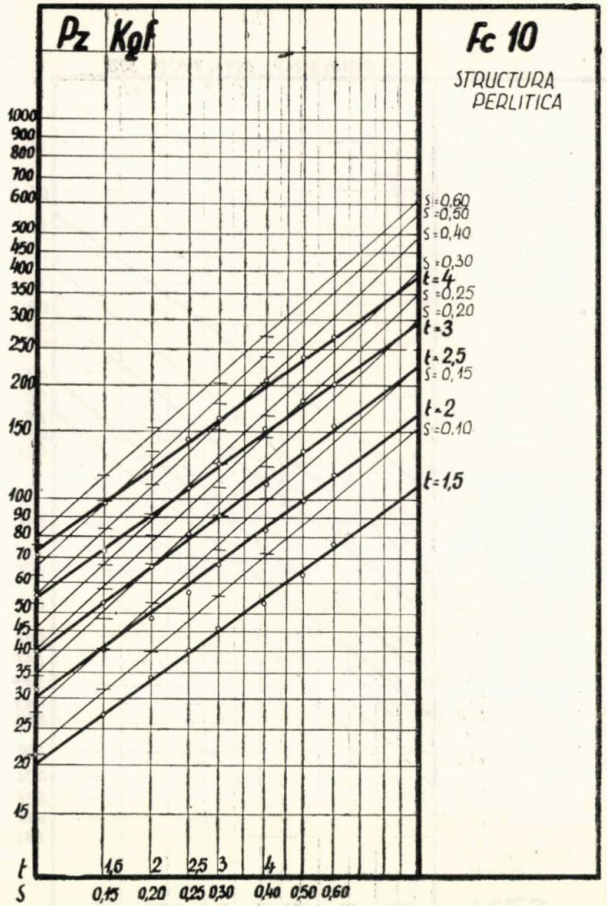

Pz Kgf
Fc 10
STRUCTURA PERLITICA
S=0,60
S=0,50
S=0,40
S=0,30
t=4
S=0,25
S=0,20
t=3
t=2,5
S=0,15
t=2
S=0,10
t=1,5
t
S
1,5 2 2,5 3 4
0,15 0,20 0,25 0,30 0,40 0,50 0,60

Fig. 2

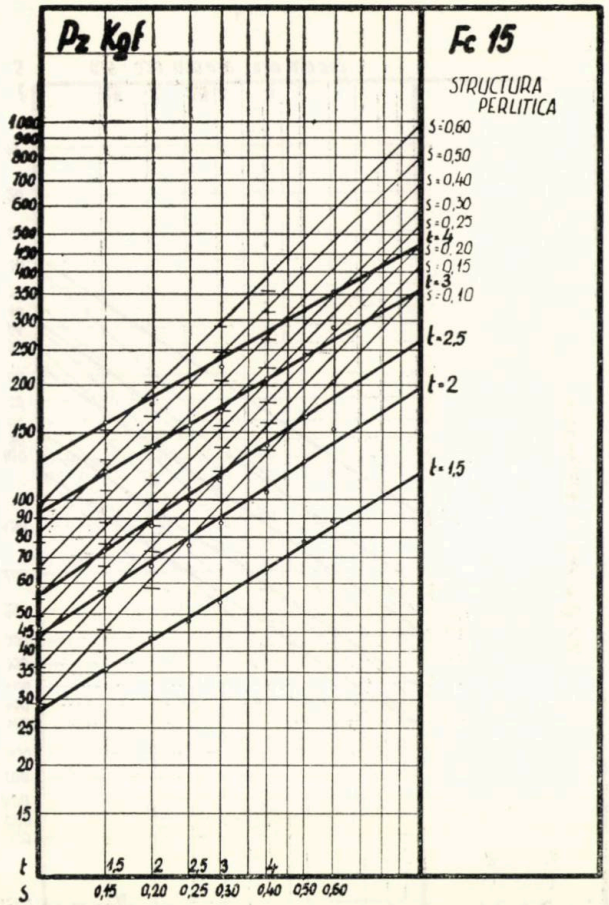

Pz Kgf
Fc 15
STRUCTURA PERLITICA
S=0,60
S=0,50
S=0,40
S=0,30
S=0,25
t=4
S=0,20
S=0,15
t=3
S=0,10
t=2,5
t=2
t=1,5
t
S
1,5 2 2,5 3 4
0,15 0,20 0,25 0,30 0,40 0,50 0,60

Fig. 3

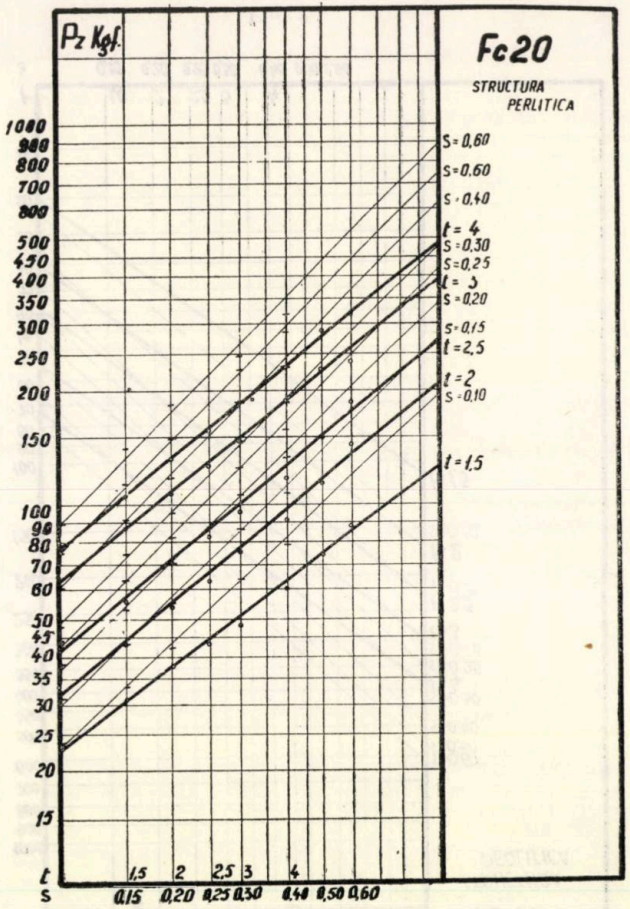

Pz Kgf
Fc20
STRUCTURA PERLITICA
S=0,60
S=0,60
S=0,40
t=4
S=0,30
S=0,25
t=3
S=0,20
S=0,15
t=2,5
t=2
S=0,10
t=1,5
t
S
1,5 2 2,5 3 4
0,15 0,20 0,25 0,30 0,40 0,50 0,60

Fig. 4

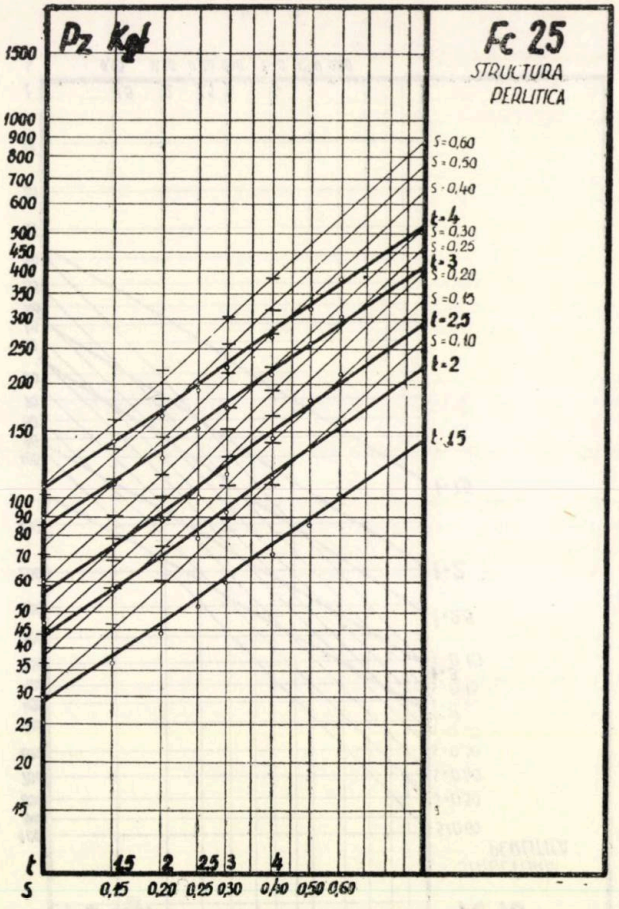

Pz Kgf
Fc 25
STRUCTURA PERLITICA
S=0,60
S=0,50
S=0,40
t=4
S=0,30
S=0,25
t=3
S=0,20
S=0,15
t=2,5
S=0,10
t=2
t=1,5
t
S
1,5 2 2,5 3 4
0,15 0,20 0,25 0,30 0,40 0,50 0,60

Fig. 5

(3) $$x_P = \frac{\log (P_{z_2}/P_{z_1})}{\log (t_2/t_1)}$$ şi (4) $$y_P = \frac{\log (P'_{z_2}/P'_{z_1})}{\log (s_2/s_1)}.$$

În acest mod s-au obţinut valori ale exponenţilor x_P şi y_P, pentru fiecare dintre dreptele trasate pe diagrame, stabilindu-se în final valorile medii x_{Pm} şi y_{Pm}, redate în tabelul 1.

Constanta C_P s-a calculat cu relaţia

(5) $$C_P = \frac{P_z}{t^{x_{Pm}} s^{y_{Pm}}},$$

în care s-au introdus succesiv valorile forţei principale de tăiere, pentru $s = 1$ şi pentru $t = 1$, găsindu-se cîte o valoare pentru fiecare dintre dreptele trasate pe diagrame; făcînd media acestor valori s-a obţinut valoarea C_{Pm}, dată de asemenea în tabelul 1.

Tabelul 1

Materialul (STAS nr. 586–61)	Structura	H_B kgf/mm²	x_{Pm}	y_{Pm}	C_{Pm}
Fc 10	ferito-perlitică	sub 143	0,38	0,62	103,39
Fc 10	perlitică	143 ... 158	0,91	0,73	112,13
Fc 15	perlitică	179 ... 207	1,03	0,62	121,18
Fc 20	perlitică	179 ... 212	0,97	0,80	131,72
Fc 25	perlitică	171 ... 255	0,94	0,70	144,55

Primită la 14 iulie 1970

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini-unelte şi scule

BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, **II (VI)**, *3–4* (1956)
2. Caşler Gh. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, **IV (VIII)**, *1–2* (1958).

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES FORCES DE COUPE DES FONTES GRISES ROUMAINES (MOULÉES EN PIÈCES), SOUMISES AU TOURNAGE LONGITUDINAL

(Résumé)

En utilisant le dynamomètre du type G. A. Levit pour la détermination des paramètres C_P, x_P et y_P nécessaires au calcul de la force principale de coupe donnée par la relation (1), les auteurs établissent les valeurs de ces paramètres pour les fontes grises moulées en pièces, notamment pour les catégories suivantes: Fc 10, Fc 15, Fc 20, Fc 25.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
TOMUL XX (XXIV), fasc. 1—2, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

RECENZII

BOOK REVIEWS РЕЦЕНЗИИ

MANGERON D., IRIMICIUC N., *Curs de mecanică raţională cu aplicaţii în ingineria mecanică.* Vol. I, *Mecanica solidului rigid*, Fasc. *1*, *Teoria vectorilor alunecători şi legaţi. Cinematica solidului rigid.* Tipar — Rotaprint, Institutul politehnic Iaşi, 1973.

Prima carte dintr-o serie ce alcătuieşte cursul de mecanică raţională cu aplicaţii în ingineria mecanică, a profesorilor D. Mangeron şi N. Irimiciuc constituie o pledoarie în fapt pentru realizarea dezideratului unei modernizări a învăţămîntului tehnic superior care trebuie să aibă în vedere continuitatea în formarea inginerilor, în speţă a inginerilor mecanici, continuitate considerată într-un spaţiu „quadridimensional", înţelegînd prin aceasta parcurgerea în timp a perioadei formative, de la disciplinele generale la cele de strictă specialitate, pe de o parte, iar pe de alta, interrelaţiile dintre diverse discipline, concepute atît pentru un orizont larg al specialiştilor, cît şi pentru o specializare de profunzime a acestora; facultatea trebuie să formeze, pe de o parte, specialişti capabili să rezolve rapid şi eficace problemele „clasice" ale producţiei, iar pe de alta, să rezolve problemele noi, puse de progresul rapid al tehnicii.

Cursul se prezintă ca o aplicaţie a unor principii unitare, a unui punct de vedere original al autorilor în ceea ce priveşte predarea mecanicii în învăţămîntul tehnic superior, rezultat al experienţei şi preocupărilor de peste un sfert de veac, şi care au avut drept consecinţe modificări în structura, în modul de organizare şi prezentare a conţinutului cursului în scopul adaptării disciplinei cu pronunţat caracter fizic şi structură matematică, la cerinţele învăţămîntului tehnic superior.

Pentru inginerul mecanic care proiectează sau exploatează maşinile moderne, este un fapt notoriu complexitatea mecanismelor şi a dispozitivelor; cele mai sofisticate principii, legile de mişcare cele mai complicate îşi găsesc aplicaţie în diverse ramuri ale tehnicii. Astăzi, considerarea maşinii-unelte numai ca o structură statică, fără a analiza sistemul dinamic, de multe ori foarte complex, format de această maşină, este cu totul insuficient pentru atingerea unor performanţe superioare în ceea ce priveşte precizia de prelucrare, calitatea suprafeţei, economicitatea.

În conformitate cu ideea de organizare a materialului, cursul debutează cu un prim capitol consacrat teoriei vectorilor alunecători, aparat indispensabil tratării problemelor de mecanica rigidului. Atenţia acordată de autori expunerii problemelor ridicate de manipularea algebrei vectoriale în mecanica tehnică se justifică prin faptul că acest capitol nu este, în general, prezentat în mod unitar de disciplinele matematice. Partea a doua a fasciculei expune cinematica solidului rigid—modelul cel mai adecvat de descriere a proprietăţilor corpurilor materiale cu care operează ingineria mecanică.

Expunerea se remarcă prin sistematizarea materialului prezentat, claritatea expunerii şi un raţionament riguros şi, totodată, uşor de urmărit de un cititor interesat de problemele tehnice. De remarcat numărul mare de exemple concrete, alese judicios din sfera ingi-

neriei mecanice actuale, pe care sînt ilustrate în detaliu procedeele principale de studiu expuse. Pentru fiecare caz tratat este prezentată mai întîi o schemă constructivă sugestivă, urmată de schema cinematică de principiu, utilizată ca element al unui enunț de problemă de mecanică rațională. Procedeul are mare putere de sugestie, în primul rînd pentru viitorii ingineri, și nu numai pentru ei.

Recenzenții așteaptă cu viu interes fasciculele următoare, care vor aborda, fără îndoială, în același spirit problemele complexe de dinamica ingineriei mecanice.

Gh. Cașler, I. Condrea

MOCANU D. R., *Fenomenul Moiré și aplicațiile sale în tensometrie*. Ed. tehn., Buc., 1973.

Die Arbeit *Die Moiré-Erescheinung und deren Anwendung in der Tersometrie* untersucht das Wesen der Moiré-Erscheinung, die auf der Interferenz und Lichtbeugung beruht, sowohl von theoretischen als auch vom experimentellen Standpunkt.

Der Inhalt der Arbeit umfasst 215 Seiten und 122 Bilder.

Die sechs Abschnitte dieser Arbeit behandeln folgende Probleme:

a) Der Grundsatz der tensometrischen auf der Moiré-Erscheinung beruhenden Methoden (Wesen der Erscheinung, mathematische Analyse der Erscheinung, die durch optische Interferenz und Beugung gewonnen en Moiré-Streifen);

b) Die Moiré-Methode durch direkte Einprägung des Netzes auf das Modell (verschiedene Netzarten, verwendete Apparatur, Einprägungs- und Versuchstechnik, Ergebnisinterpretation, praktische Anwendungsbeispiele);

c) Die Moiré-Methode durch Reflexion (mit optischer senkrechter, oder geneigter Achse gegenüber der Netzfläche);

d) Verwendung der Moiré-Erscheinung in der Photoelastizität verwendete Apparatur, Durchführung der Versuche und Verarbeitung der Ergebnisse, praktische Anvendugsbeispiele);

e) Entwicklugsmöglichkeiten der tensometrischen auf der Moiré-Erscheinung beruhenden Methoden.

Durch Anwendung dieser Methoden bei dem Studium der Spannungen und Verformungen, die in den Maschinenteilen und verschiedenen Konstruktionen auftreten, können die Abmessungen und deren zweckmässige Formen festgestellt werden, was zur Verminderung des spezifischen Werkstoffverbrauchs, bzw. zu wesentlichen Werkstoffeinsparungen führt.

Die Arbeit richtet sich an die Ingenieure der Forschungs- und Entwurfsinstitute un an die Lehrkräfte der technischen Fakultäten (Mechanik, Bauwesen, Elektrotechnik, u. a.).

D. Horbaniuc

ХОХЛОВ В. А., ПРОКОФЬЕВ В. Н., БОРИСОВА Н. А., ГУСАКОВ В. И., ЧУРКИН В. М., *Электрогидравлические следящие системы*. Машиностроение, М., 1971, 432 стр.

Importanța crescîndă a energiei care implică un control adecvat, cerințe stringente privind sistemele de comandă moderne, au îndreptat atenția asupra teoriei, concepției și aplicării diverselor sisteme de comandă. Hidraulica — această disciplină foarte veche — a căpătat un nou și susținut interes în ultima vreme, în special în domeniul comenzii hidraulice, constituind un remarcabil exemplu de dezvoltare a unei ramuri a tehnicii.

Prima revoluție industrială a fost martora unei evoluții interesante a comenzilor prin fluide sub presiune, evoluție întreruptă de apariția și dezvoltarea prodigioasă a motorului electric. Renașterea comenzilor hidraulice este de dată relativ recentă. Interesul pe care-l suscită este legat de nevoia de performanțe tot mai înalte, sau imposibil de realizat prin folosirea exclusivă a unui aparataj electromagnetic. Este cazul, de exemplu, al servomecanismelor de mare putere cu răspuns extrem de rapid, pentru aplicații militare și industriale care presupun motoare avînd raportul cuplu-inerție (forță/masă) mult mai mare ca al motoarelor electrice. Gabaritele hidromotoarelor moderne reprezintă 12—20% din cele ale electromotoarelor. Ra-

piditatea mecanismelor hidraulice pentru mișcări rectilinii-alternative este de 10 ori mai mare ca în cazul mecanismelor electromecanice.

Al doilea război mondial a provocat o intensificare considerabilă a ritmului cercetărilor fundamentale și aplicative, orientate spre evoluția rapidă a armamentelor și strategiei. Telecomanda, automatizarea, creșterea preciziei și rapidității sînt cîteva deziderate ale dezvoltării dispozitivelor de ochire și aviației, domenii în care dispozitivele hidraulice se dovedesc deosebit de utile datorită marii rapidități de răspuns și a rigidității față de sarcină. Construcția de rachete a împins și mai departe cercetările și perfecționările. Aplicarea acestor comenzi are loc în mașinile de transport, agricole și de construcție, instalații industriale, mașini-unelte, comanda navelor, tunuri, aviație, etc. În tehnica actuală, mecanismele și servomecanismele cu fluide sub presiune au căpătat un loc care suportă comparația cu dispozitivele electromecanice.

Folosirea tot mai frecventă a sistemelor hidraulice de comandă a impus necesitatea unor tehnici de proiectare raționale, consecințe ale cercetărilor teoretice și experimentale, orientate spre constituirea unei doctrine (ansamblu de noțiuni și legi) cantitative bine structurate.

Asocierea sistemelor electrice și electronice cu cele hidraulice s-a dovedit a fi extrem de fructuoasă, combinînd avantajele și atenuînd inconvenientele specifice. Servomecanismele electrohidraulice (sistemele de urmărire electrohidraulice) funcționează cu precizie ridicată, promptitudine, gabarit redus, permițînd utilizarea avantajelor metodelor electrice de măsură, amplificări și transformare a semnalului de intrare, precum și pe cele ale mecanismelor de execuție hidraulice care dezvoltă eforturi mari la gabarite reduse.

Larga utilizare a sistemelor de urmărire electrohidraulice (SUEH) necesită un mare volum de muncă, legată de proiectarea, execuția, reglarea, încercarea și asimilarea în producție. În proiectare apar numeroase probleme legate de cercetarea teoretică și experimentală, ceea ce se explică prin numărul mare de elemente care intră în structura acestor sisteme, prin ecuațiile diferențiale de ordin superior care descriu mișcarea lor, prin prezența caracteristicilor neliniare, a legăturilor neolonome și a diverse condiții restrictive.

Soluționarea unor astfel de probleme impune cunoașterea proprietăților statice și dinamice ale elementelir sistemelor cît și o înțelegere profundă a proceselor ce au loc în acestea.

Cartea colectivului condus de prof. V. A. Hohlov este un autorizat și riguros studiu teoretic, realizînd o fundamentare a proceselor. Cartea reflectă complexitatea problemelor care apar la crearea SUEH. Sînt examinate problemele legate de calculul și analiza caracteristicilor statice și dinamice ale SUEH continue și discrete, de tip reostatic și volumic, și ale elementelor principale care compun aceste sisteme: valve (cu sertar, cu paletă), mecanisme de execuție, amplificatoare hidraulice de putere, convertoare electromecanice, amplificatoare de semnal al erorii.

O atenție deosebită este acordată proprietăților statice și dinamice ale lichidelor.

Cartea este organizată pe trei părți și 13 capitole. Prima parte, *Elementele sistemelor de urmărire electrohidraulice* cuprinde capitolele: *Lichide de lucru*, *Elemente de droselare*, *Mecanisme de execuție hidraulice cu comandă prin drosel*, *Mecanisme de execuție cu comandă volumică*, *Amplificatoare hidraulice de putere*, *Convertoare electromecanice* și *Amplificatoare de semnal al erorii*. Primul capitol tratează problemele privind cerințele generale impuse lichidelor utilizate în sistemele de comandă, proprietățile statice și cvasistatice, procesele dinamice care se manifestă la deformarea lichidelor. Cel de al doilea capitol prezintă particularitățile curgerii lichidului în rețeaua hidraulică a SUEH, ecuația bilanțului energetic, pierderile hidraulice, caracteristicile principale și calculul elementelor de droselare (orificii și capilare) hidraulice, construcțiile și caracteristicile sertărașelor și valvelor de tip ajutaj-clapetă. În capitolele III și IV sînt tratate noțiunile generale, schemele tipice, caracteristicile de viteză, de forță și energetice, caracteristicile exterioare, ecuația de mișcare, reacția pistonului la semnale treaptă și sinusoidale, caracteristicile dinamice ale mecanismelor de execuție hidraulice cu și fără considerarea compresibilității lichidului, modelarea și calculul parametrilor și caracteristicilor de bază ale acestor mecanisme.

Capitolul al V-lea prezintă noțiunile generale, schemele de bază, caracteristicile statice și dinamice ale amplificatoarelor hidraulice de putere fără feed-back și cu feed-back în funcție de deplasarea sertarului și de debit.

Convertoarele electrodinamice, electromagnetice și electromecanice, bazate pe metoda de comandă continuu-discret cu două canale sînt tratate în capitolul VI, iar în capitolul VII sînt tratate cerințele de bază, destinația și clasificarea amplificatoarelor de semnal, amplificatoarele electronice, magnetice și cu semiconductori pentru sistemele continue și cu relee și amplificatoarele-modulatoare pentru sisteme cu comandă prin modulația de durată a impulsurilor.

Partea a II-a, *Sisteme de urmărire cu comandă continuă* cuprinde capitolele: *SUH cu comandă prin drosel (reostatică)*, *SUEH cu comandă prin drosel* și *SUEH cu comandă volumică.* Sînt prezentate noțiunile generale și terminologia, ecuațiile de mișcare și analiza prin metodele modelării matematice a sistemelor de urmărire, stabilitatea acestora, sistemele cu astatism de ordinul întîi și doi.

Ultima parte, *SUEH cu comandă discretă* cuprinde capitolele: *SUEH cu modulația de durată a impulsurilor*, *SUEH cu comandă prin relee* și *Evaluarea siguranței SUEH și a elementelor componente.* Primul capitol prezintă principiul de funcționare și clasificarea, caracteristicile statice, ecuațiile cu diferențe și funcția de transfer ale sistemului închis și caracteristicile dinamice ale SUEH cu modulația de durată a impulsurilor. În capitolul al doilea sînt prezentate definițiile de bază, schemele de principiu și schema structurală a sistemelor cu relee, caracteristicile verigilor de tip releu, autooscilația acestor sisteme, determinarea frecvenței și amplitudinii autooscilațiilor, unele metode de micșorare a amplitudinii autooscilațiilor.

În ultimul capitol se tratează problema siguranței SUEH, prezentîndu-se o fundamentare a problemei, cu bazele calculului siguranței în funcționare.

Fără a fi un studiu exhaustiv, cartea prezintă atît problemele generale ale construcție SUEH, cît și unele probleme speciale, încă insuficient studiate, cum ar fi elaborarea SUEH discrete, adică a sistemelor a căror funcționare este bazată pe principiul releului și al modulației de durată a impulsurilor.

Cartea se remarcă prin claritatea expunerii, stilul concis și propriu, fiind însoțită de numeroase scheme constructive și funcționale, de date numerice de proiectare. De asemenea, concluziile teoretice sînt verificate pe exemple concrete, cu date numerice, cu mare putere de convingere.

Cartea se adresează cercetătorilor și inginerilor care proiectează sau exploatează sisteme de comandă hidraulice și electrohidraulice.

I. Condrea

СТЕПНОВ М. Н., *Статистическая обработка результатов механических испытаний.* Машиностроение, М., 1972.

Lucrarea *Prelucrarea statistică a rezultatelor încercărilor mecanice* apărută în Editura pentru construcții de mașini din Moscova în 1972, cuprinde 232 pagini fiind divizată în 11 capitole.

Primul capitol se referă la principalele noțiuni din calculul probabilităților și statistica matematică; al doilea capitol — la prelucrarea statistică a rezultatelir încercărilor mecanice experimentale; al treilea capitol — la planificarea experiențelor statistice de scurtă durată; al patrulea capitol — la compararea rezultatelor obținute în urma diferitelor experiențe; al cincilea capitol — la prelucrarea statistică a rezultatelor obținute la încercările mecanice ale materialelor; al șaselea capitol — la analiza dispersională multifactorială a rezultatelor experimentale; al șaptelea capitol — la analiza regresiei și corelației rezultatelor experimentale; al optulea capitol — la stabilirea durabilității pieselor încercate la oboseală; al noulea capitol — la metodologia trasării curbelor în urma experimentelor mecanice la oboseală; al zecelea capitol — la metodologia reprezentării și interpretării grafice a rezultatelor din domeniul rezistenței materialelor; al unsprezecelea capitol — la prelucrarea statistică a rezultatelor experiențelor statistice de lungă durată.

Fiecare capitol cuprinde în prima parte principiile teoretice de calcul, urmate în partea a doua de exemple concrete.

Lucrarea are un caracter unitar, este de un ridicat nivel științific, fiind deosebit de utilă tuturor cercetătorilor care se ocupă de încercări experimentale în construcția de mașini.

Gh. Coman

БАШТА Т. М., *Гидропривод и гидропневмоавтоматика.* Машиностроение М., 1972.

Cartea conține 320 pagini și este împărțită în opt capitole. În introducere sînt discutate problemele legate de terminologie și definiții generale, sînt prezentate avantajele și domeniile de aplicabilitate a sistemelor hidraulice, principiile de funcționare, parametrii de bază și unitățile de măsură. În cele opt capitole sînt expuse problemele complexe referitoare la structura, calculul și construcția sistemelor hidropneumatice, precum și cele referitoare la aplicarea acestora la mecanizarea și automatizarea proceselor de producție.

În primul capitol, *Bazele hidraulicii aplicate*, sînt prezentate, ținînd seama de specificul sistemelor de comandă hidraulice și pneumatice, tipurile de fluide cu proprietățile lor, bazele curgerii lichidelor prin conducte, calculul pierderilor de presiune, conductibilitatea hidraulică, pierderile locale în orificii și capilare, șocul hidraulic. Al doilea capitol, *Mecanisme de execuție*, prezintă mecanismele cu mișcare rectilinie de tip cilindru-piston, cu separator flexibil (membrană) și cu burduf, cu mișcare de rotație finită (cu paletă) și infinită (hidromotoare). În al treilea capitol, *Aparatura de distribuție și reglare*, sînt prezentate distribuitoarele cu sertar cu un etaj și două etaje, distribuitoarele rotative (robinete), distribuitoarele cu supape, supapele de siguranță și de reducție, cu comandă directă și pilotate, droselele liniare și pătratice, limitatoarele de debit, sincronizatoare, relee de presiune și de timp, supape de sens, obturatoare hidraulice, cuplaje demontabile, multiplicatoare și demultiplicatoare de presiune, acumulatoare, arcuri hidraulice, reglarea vitezei hidromotoarelor (prin drosel și volumică). În capitolul IV, *Sistemele de urmărire hidraulice* (*amplificatoarele hidraulice*), sînt prezentate elementele componente și structura SUH, diversele tipuri de SUH și sistemele de urmărire electrohidraulice, unele probleme privind sensibilitatea, precizia și stabilitatea amplificatoarelor hidraulice, amplificatoarele cu jet cu acțiune discretă și proporțională, unele aspecte privind parametrii funcționali. Capitolul V, *Scheme de sisteme hidraulice tipice, elemente componente și calcule de bază*, prezintă tipurile de sisteme hidraulice, clasificate după diverse criterii, regimul termic de funcționare, conductele, fitingurile, racordurile și rezervoarele, cu elemente de calcul. Capitolul VI, *Etanșarea îmbinărilor sistemelor hidraulice*, prezintă mijloacele de etanșare a îmbinărilor fixe și mobile (translație și rotație), cu unele elemente de calcul. În capitolul VII, *Filtrarea lichidului*, este subliniată importanța filtrării și sînt prezentate diversele metode de filtrare, tipurile de filtre și instalarea acestora, elemente de calcul.

Problemele specifice ale sistemelor pneumatice sînt analizate în capitolul VIII, *Sisteme pneumatice.* În prealabil, sînt examinați parametrii și ecuațiile de stare ale gazelor. În continuare, sînt prezentate elementele sistemelor (regulatoare de presiune și de viteză, distribuitoare), diversele tipuri de sisteme pneumatice și pneumohidraulice, sisteme de urmărire pneumatice.

Profesorul T. M. Başta este un specialist reputat în domeniul comenzilor hidraulice. Cartea sa a fost acceptată de Ministerul învățămîntului superior și mediu special al URSS ca manual pentru studenții din specialitatea „Hidropneumoautomatica și acționarea hidraulică" din cadrul institutelor de învățămînt superior.

Cartea poate fi utilizată și de studenții altor specialități, cum ar fi cei de la secțiile de mașini-unelte, TCM, mecanică agricolă, mașini de construcții, etc.

I. Condrea

ШАКАЛИС В. В., *Моделирование технологических процессов.* Машиностроение, М., 1973.

Lucrarea *Modelarea proceselor tehnologice* apărută în 1973, are 136 pagini și este divizată în șase capitole.

Primul capitol se referă la noțiunile de bază: mărimi aleatoare, funcții și caracteristici statistice; al doilea capitol — la sisteme de mărimi aleatoare cu referire la regresia și corelația valorilor statistice; al treilea capitol — la calculul preciziei prelucrării mecanice; al patrulea capitol — la metode de modelare a operațiilor tehnologice; al cincilea capitol — la modelarea dinamică a proceselor tehnologice de prelucrarea mecanică; al șaselea capitol — la exemple de cercetarea preciziei proceselor tehnologice de prelucrare mecanică.

Lucrarea a fost elaborată pe baza unui mare număr de titluri bibliografice și constituie o contribuție majoră a autorului la fundamentarea teoretică a legilor de bază care guvernează tehnologia construcțiilor de mașini. Modelele prezentate de autor, rezolvabile pe mașini electronice de calcul, au un grad mare de generalitate, fiind destul de simplu adaptabile la condițiile concrete de analiză a optimalității tehnice și economice a proceselor tehnologice de prelucrare mecanică.

Lucrarea se adresează inginerilor tehnologi în construcția de mașini din laboratoarele de cercetări și serviciile tehnologice uzinale.

Gh. Coman

Nr. coli tipar 8,50

Tiparul executat la Întreprinderea poligrafică Iași, Str. Vasile Alecsandri nr. 6, sub cd. nr. 75

Republica Socialistă România

40822

1503/4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XX (XXIV)

Fasc. 3–4

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1974

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XX (XXIV)

Fasc. 3—4

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1974

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU,
prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar),
conf. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

IV. MECANICĂ TEHNICĂ

Prof. dr. doc. T. FĂRCAȘ
Prof. ing. G. D'ALBON
Conf. ing. CR. LINDE

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Conf. dr. ing. ALFRED BRAIER (secretar de redacție)
Șef de lucrări ing. I. CONDREA (secretar de redacție adjunct)
Ing. ANETA BRAIER (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XX (XXIV), fasc. 3—4 1974

Secţia IV

MECANICĂ TEHNICĂ

SUMAR

Pag.

ELISABETA RUSU, Asupra existenţei soluţiei ecuaţiilor teoriei generalizate a termoelasticităţii liniare (I) (engl., rez. rom.) 7

I. IBĂNESCU, Asupra încovoierii plăcilor elastice, cu încărcări normale pe feţe şi cu deplasări date pe suprafaţa laterală (engl., rez. rom.) 15

NICOLE TOUPANCE (Franţa), Studiul efectelor de ordinul doi la deformaţiile cilindrilor cu secţiune eliptică supuşi la încovoiere simplă (franc., rez. rom.) 21

N. G. POPINCEANU, M. D. GAFIŢANU, L. T. HOSTIUC şi SP. CREŢU, Cercetări experimentale asupra unor lubrifianţi aditivaţi cu S_2Mo întrebuinţaţi pentru ungerea rulmenţilor (engl., rez. rom.) 35

C. PICOŞ şi HORIA VERTAN, Consideraţii privind cîteva funcţii - original, combinarea de funcţii original şi exemple de utilizare practică (franc., rez. rom.) 41

O. V. PRUTEANU, Influenţa parametrilor regimului de aşchiere asupra forţelor de aşchiere la rectificarea plană (engl., rez. rom.) 53

VIRGIL GIURCĂ, Metodă de determinare a legii de injecţie la motoarele cu ardere internă cu piston (rom., rez. rusă) 59

I. SEBEŞAN, Studiul vibraţiilor aleatoare ale vehiculelor de cale ferată (rom., rez. engl.) 65

GH. CAŞLER, N. GOJINEŢCHI şi VITALIE BELOUS, Influenţa erorilor de poziţionare a burghielor elicoidale asupra unor parametri geometrici ai feţei de aşezare obţinută prin ascuţirea cilindro-eliptică dublă (rom., rez. germ.) 71

GH. LUNGU şi D. ZETU, Studiul proceselor de mişcare pe ghidajele de alunecare ale maşinilor-unelte (rom., rez. franc.) 77

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XX (XXIV), Fasc. 3–4 1974

Section IV

MECHANICAL ENGINEERING

CONTENTS

P p.

ELISABETA RUSU, On the Existence of Solutions to the Equations of Generalized Theory of Linear Thermoelasticity (I) (English, Romanian summary) 7

I. IBĂNESCU, On the Bending of Elastic Plates with Normal Stress on the Faces and with a Given Displacement Vector on the Lateral Surface (English, Romanian summary) 15

NICOLE TOUPANCE (France), Étude des effets du second ordre dans les déformations des cylindres à section elliptique soumis à une flexion simple (French, Romanian summary) 21

N. G. POPINCEANU, M. D. GAFIŢANU, L. T. HOSTIUC and SP. CREŢU, Experimental Studies on S_2Mo added Lubricants for Bearings (English, Romanian summary) 35

C. PICOŞ et HORIA VERTAN, Considérations au sujet de quelques fonctions original, combinaisons de fonctions original et exemples d'application de celles-ci (French, Romanian summary) 41

O. V. PRUTEANU, The Influence of Cutting Parameters on Cutting Forces in Surface Grinding (English, Romanian summary) 53

VIRGIL GIURCĂ, A Method for Determination of Injection Rate Diagrams (Romanian, Russian summary) 59

I. SEBEŞAN, The Study of Random Vibrations of a Vehicle (Romanian, English summary) 65

GH. CAŞLER, N. GOJINEŢCHI und VITALIE BELOUS, Der Einfluss von Einstellfehler auf die geometrischen Kennzeichen der Freifläche von Spiralbohrern mit doppeltem Ellipsenzylindermantelanschliff (German, Romanian summary) 71

GH. LUNGU et D. ZETU, Étude des processus de mouvement sur les glissières des machines-outil (Romanian, French summary) 77

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Том XX (XXIV), Вып. 3—4 1974

Секция IV

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ЭЛИСАБЕТА РУСУ, Об существование решении обобщеных уравнениях линейной теплоупругости (англ., рез. рум.) 7

И. И. ИБЭНЕСКУ, Об изгибе эластичных пластинок с нормальной нагрузкой на поверхности и данным смещением на боковых поверхностях (англ., рез. рум.) 15

НИКОЛЬ ТУПАНС (Франция), Изучение эффектов второго порядка на деформировании цилиндров эллиптической сечении при воздействии простого сгибания (франц., рез. рум.) 21

Н. Г. ПОПИНЧЯНУ, М. Д. ГАФИЦАНУ, Л. Т. ХОСТЮК и СП. КРЕЦУ, Экспериментальные исследования на некоторых присадках лубрикаторов с S_2Mo, употребляемые для смазки подшипников качения (англ., рез. рум.) 35

К. ПИКОШ и ХОРИЯ ВЕРТАН, Соображении о нескольких функций оригинал, комбинирование функций оригинал и примеры их применений (франц. рез. рум.) 41

О. В. ПРУТЯНУ, Влияние параметров режима резания на силы резания при плоскостном шлифовании (англ., рез. рум.) 53

ВИРДЖИЛ ДЖЮРКЭ, Метод определения закона подачи топлива в дизелях (рум., рез. русск.) 59

И. СЕБЕШАН, Изучение случайных колебаний железодорожных средств (рум., рез. англ.) 65

Г. КАЩЛЕР, Н. ГОЖИНЕЦКИ и ВИТАЛИЕ БЕЛОУС, Влияние позиционных погрешностей спиральных сверл на некоторые геометрические параметры задней поверхности при двойной цилиндро-элиптической заточке (рум., рез. немец.) 71

Г. ЛУНГУ и Д. ЗЕТУ, Исследование процессов движения на направляющих сколжения металлорежущих станков (рум., рез. франц.) 77

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3—4, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 539.3: 539.377

ON THE EXISTENCE OF SOLUTIONS TO THE EQUATIONS OF GENERALIZED THEORY OF LINEAR THERMOELASTICITY

I. HOMOGENEOUS INITIAL-BOUNDARY CONDITIONS

BY

ELISABETA RUSU

1. Introduction

The generalized theory of linear thermoelasticity is given by A. E. Green and K. K. A. Linsday [1] with the help of an entropy production inequality proposed by E. Green and N. Laws [2]. In [1] is stated a uniqueness theorem. In [3] C. Dafermos gives a existence and the asymptotic stability of solutions to the equations of linear thermoelasticity.

In this paper we derives the existence of solutions to the equations of the generalized theory of linear thermoelasticity, using the method given in [3].

2 Preliminary Considerations

Let V be an open, bounded, connected set in E^3 space, having the segment property. By Σ we denote the boundary of V. The motion of a thermoelastic body will be described in $E^3 \times E^1$ with the point (x, t) where $x = (x_1, x_2, x_3)$ is the space variable (the coordinates of x are in respect to a fixed Cartesian coordinate system) and t is the time variable. By $C^m(\overline{V})$ we denote the class of the scalar fields, possesing derivatives up to the m-order in V which are continuous on $\overline{V}$. For $\varphi \in C^m(V)$ we define the norm

$$\| \varphi \|_{C^m(\overline{V})} = \sum_{k=0}^{m} \sum_{i_1, \ldots i_k} \max_{V} | \varphi_{,i_1 \ldots i_k} | .$$

By $\mathbf{C}^m(\overline{V})$ we denote the class of the vectors fields $\mathbf{v}(x)$

$$\mathbf{C}^m(\overline{V}) = \{ \mathbf{v} \mid v_i(x) \in C^m(\overline{V}) \} \text{ with the norm : } \| \mathbf{v} \|_{\mathbf{C}^m(\overline{V})} \equiv \sum_{i=1}^{3} \| v_i \|_{C^m(\overline{V})} .$$

By $W_m(V)$ (respectively $\mathbf{W}_m(V)$) we denote the Hilbert space obtained by completion of the $C^m(V)$ (respectively $\mathbf{C}^m(\overline{V})$) by means of the norm $\| \cdot \|_{W_m(V)}$ (respectively $\| \cdot \|_{\mathbf{W}_m(V)}$) introduced by the inner product :

$$(\varphi,\ \psi)_{W_m(V)} \equiv \sum_{k=0}^{m} \int_V \varphi_{,i_1 \ldots i_k} \psi_{,i_1 \ldots i_k}\,; \left((\mathbf{v},\ \omega)_{W_m(V)} = \sum (v_j,\ \omega_j)_{W_m(V)} \right).$$

$W_m(V)$ is a Sobolev space [4].

Let H be a Banach space and $t \in [0,\ t_0]$ where t is the time variable. By $C^m([0,\ t_0]\,;\ H)$ we denote the set of functions $\varphi : [0,\ t_0] \to H$ which poseding on $(0,\ t_0)$ time derivatives in H up to the m-oreder, continuous on $[0,\ t_0]$. Analoguous, we define the $L_m([0,\ t_0]\,;\ H)$ space.

3. Basic Equations

The basic equations for the generalized theory of linear thermoelasticity are [1] :

The equations of motion :

$$t_{ij,j} + \rho F_i = \rho \ddot{u}_i\,; \tag{3.1}$$

The equation of entropy :

$$\theta_0\, \rho \dot{\eta} + q_{i,i} = \rho r\,; \tag{3.2}$$

The constitutive equations:

$$t_{ij} = C_{ijkl}\, e_{kl} + a_{ij}\,(\theta + \alpha\dot{\theta}), \quad \rho\eta = a + d\theta + h\dot{\theta} - a_{ij}\, e_{ij}\,, \tag{3.3}$$

$$q_i = -\theta_0\, k_{ij}\, \theta_{,j},$$

and we suppose that the initial body is homogeneous and that it has a centre of symmetry at each point — that is meaning the b_i vanishes [1].

The strain-displacement relations :

$$2e_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i}. \tag{3.4}$$

The notations are : u_i — the components of displacement vector, t_{ij} — the components of the stress tensor, e_{ij} — the components of the strain tensor, F_i — the specific body force, η — the specific entropy, θ is the temperature measured from a constante reference temperature θ_0, q_i — the components of the heat flux vector, r — the specific heat supplied, C_{ijkl}, a_{ij}, a, d, h, α, ρ, constants, the characteristics of the material. We have

$$C_{ijkl} = C_{klij} = C_{jikl},\quad a_{ij} = a_{ji},\quad k_{ij} = k_{ji}. \tag{3.5}$$

The inequality on entropy :

$$(d\alpha - h)\dot{\theta}^2 + k_{ij}\, \theta_{,i}\, \theta_{,j} \geqslant 0 \tag{3.6}$$

such that it follows

$$d\alpha - h \geqslant 0\,; \quad k_{ij}\, \theta_{,i}\, \theta_{,j} \geqslant 0. \tag{3.7}$$

To the restriction (3.7) we add the conditions [1]:

$$\rho > 0, \quad \theta_0 > 0, \quad \alpha > 0, \quad h > 0, \quad C_{ijkl}\, e_{ij}\, e_{kl} \geqslant 0, \quad \alpha d - h > 0 \tag{3.8}$$

and by (3.8) we see that it follows $d > 0$.

From (3.1) — (3.4) we obtain the system of generalized linear thermoelastic equations:

$$\begin{aligned} \ddot{u}_i &= (C_{ijkl}\, u_{k,l} + a_{ij}\,(\theta + \alpha\dot{\theta}))_{,j} + \rho F_i, \\ d\dot{\theta} + h\ddot{\theta} - a_{ij}\,\dot{u}_{i,j} - (k_{ij}\,\theta_{,j})_{,i} &= \frac{1}{\theta_0}\,\rho r. \end{aligned} \tag{3.9}$$

Let $t_0 > 0$. By a classical solution of the first initial - boundary value in the cylinder $Q_{t_0} = V \times (0,\ t_0)$ we mean a pair $y = (\mathbf{u},\ \theta)$ satisfying (3.9) for all $(x,\ t) \in Q_{t_0}$ toghether with boundary conditions

$$\mathbf{u} = 0 \quad \text{on} \quad \Sigma \times [0,\ t_0); \qquad \theta = 0 \quad \text{on} \quad \Sigma \times [0,\ t_0) \tag{3.10}$$

and initial conditions:

$$\chi = (\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0),\ \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, 0),\ \theta(\mathbf{x}, 0),\ \dot{\theta}(\mathbf{x}, 0)) = (\mathbf{u}_0(\mathbf{x}),\ \dot{\mathbf{u}}_0(\mathbf{x}),\ T_0(\mathbf{x}),\ \dot{T}_0(\mathbf{x})), \tag{3.11}$$

where $\mathbf{u}_0(\mathbf{x})$, $\mathbf{u}_0(x)$, $T_0(\mathbf{x})$, $\dot{T}_0(\mathbf{x})$ are given functions on V.

4. Existence of Solutions

Definition 4.1.

$$\hat{C}^1(V) = \{ R \mid R \in C^1(V),\ R = 0 \text{ on } \textstyle\sum \}.$$

$$\hat{\mathbf{C}}^1(V) = \{ \mathbf{v} \mid v_i = 0 \text{ on } \textstyle\sum,\ v_i \in C^1(v) \}$$

$\hat{W}_1(V)$ = the completion of $\hat{C}^1(V)$ by means of $\| \cdot \|_{W_1(V)}$

$\hat{\mathbf{W}}(V)$ = the completition of $\hat{\mathbf{C}}^1(V)$ by means of $\| \cdot \|_{\mathbf{W}_1(V)}$.

Let $R,\ \theta \in \hat{C}^1(V)$ and $\mathbf{v}, \mathbf{u} \in \hat{\mathbf{C}}^1(V)$. We denote by

$$\Phi(T,\ R) = \int_V k_{ij}\, R_{,i}\, T_{,j}\, dV \tag{4.1}$$

and

$$\Psi(\mathbf{u},\ \mathbf{v}) = \int_V C_{ijkl}\, v_{i,j}\, u_{k,l}\, dV. \tag{4.2}$$

We see that Φ and Ψ may be extended by continuity onto $\hat{W}_1(V) \times \hat{W}_1(V)$ and $\hat{\mathbf{W}}_1(V) \times \hat{\mathbf{W}}_1(V)$ respectively.

We need the following additional assumptions:

1. $\rho,\ h,\ d,\ \theta_0,\ \alpha$ satisfy (3.8).

2. There exists the constants M, N, positives, such that

$$\Phi(R,\ R) \geqslant M \int_V R_{,i}\, R_{,i}\, \mathrm{d}V, \quad \forall R \in \hat{C}^1(V), \tag{4.3}$$

$$\Psi(\mathbf{v},\ \mathbf{v}) \geqslant N \int_V (v_{i,j} + v_{j,i})\,(v_{i,j} + v_{j,i})\, \mathrm{d}V, \quad \forall \mathbf{v} \in \hat{\mathbf{C}}^1(\mathbf{v}). \tag{4.4}$$

The relation (4.4) is the elipticity condition [5].

For $\mathbf{v} \in \hat{\mathbf{C}}^1(V)$ we have Poincaré's inequality

$$\int_V v_i\, v_i\, \mathrm{d}V \geqslant p\Psi(\mathbf{v},\mathbf{v}) \tag{4.5}$$

and Korn's inequality [6], [5], [7]

$$\int_V v_{i,j}\, v_{i,j}\, \mathrm{d}V \leqslant k \int_V (v_{i,j} + v_{j,i})\,(v_{i,j} + v_{j,i})\, \mathrm{d}V, \tag{4.6}$$

where p and k are constants, depending only on V and $\sum$. Now, we see that $\Psi(\mathbf{v},\ \mathbf{v})$ is coercive on $\| \mathbf{v} \|^2_{\mathbf{W}_1(\mathbf{v})}$ in $\mathrm{W}_1(V)$.

Let $t_0 > 0$. We consider the following sets:

$$\tilde{C}_0(V) = \{z \mid z = (\mathbf{f},\ r) \in \mathbf{C}^0(V) \times C^0(V)\},$$

$$\tilde{C}^1(V) = \{y \mid y = (\mathbf{u},\ \theta),\ (u,\ \theta) \in \hat{\mathbf{C}}^1(V) \times \hat{C}^1(V)\},$$

$$\mathcal{F}(Q_{t_0}) = C^\infty([0,\ t_0]\,;\ \tilde{C}^1(V)),$$

$$\mathring{\mathcal{F}}(Q_{t_0}) = \{\psi = (\mathbf{v},\ R),\ \psi \in \mathcal{F}(Q_{t0}),\ \psi = 0 \text{ on } V \times 0\}.$$

Let

$$y = (\mathbf{u},\ \theta) \in \mathcal{F}(Q_{t0})\,; \quad \psi = (\mathbf{v},\ R) \in \mathring{\mathcal{F}}(Q_{t_0})\,;$$

$$z = (\mathbf{f},\ r) \in C^\infty\,([0,\ t_0]\,;\ \tilde{C}^0(V)),$$

$$\chi = (\mathbf{u}_0,\ \dot{\mathbf{u}}_0,\ T_0,\ \dot{T}_0) \text{ such that } (\mathbf{u}_0,\ T_0) \in \tilde{C}^1(V),$$

$$(\dot{\mathbf{u}}_0,\ \dot{T}_0) \in \hat{\mathbf{C}}^1(V) \times \hat{C}^1(V).$$

We define

$$\mathcal{L}(y,\ \psi)=\int_0^{t_0}\int_V\{(t-t_0)\,[-C_{ijkl}\,u_{k,l}\,\dot v_{i,j}-a_{ij}\,(\theta+\alpha\dot\theta)\,\dot v_{i,j}+\rho\dot u_i\,\ddot v_i+$$

$$+(d\theta+h\dot\theta-a_{ij}\,u_{i,j})\,(\dot R+\alpha\ddot R)+\alpha k_{ij}\,\dot\theta_{,j}\,R_{,i}]+\rho\dot u_i\,\dot v_i+$$

$$+(d\theta+h\dot\theta-a_{ij}\,u_{i,j})\,(R+\alpha\dot R)+\alpha k_{ij}\,\theta_{,j}\,R_{,i}+\int_0^t k_{ij}\,\theta_{,j}\,R_{,i}\,d\tau\}\mathrm{d}V\,\mathrm{d}t.$$

$$\mathcal{D}(z,\ \psi)=-\int_V\int_0^{t_0}(t-t_0)\left[\rho F_i\,\dot v_i+\frac{\rho r}{\theta_0}\,(R+\alpha\dot R)\right]\mathrm{d}V\,\mathrm{d}t.$$

$$\mathcal{E}(\chi,\ \psi)=t_0\int_V[(dT_0+h\dot T_0-a_{ij}\,u_{oi,j})\,(R+\alpha\dot R)\,|_{t=0}+\dot u_{oi}\,\dot v_i\,|_{t=0}+$$

$$+\alpha k_{ij}\,T_{0,j}\,R_{,i}\,|_{t=0}]\,\mathrm{d}V=$$

$$=t_0\int_V[(dT_0+h\dot T_0-a_{ij}\,u_{oi,j})\alpha\dot R\,|_{t=0}+\rho\dot u_{oi}\,\dot v_i\,|_{t=0}]\,\mathrm{d}V.$$

We find that

$$(4.7)\qquad \mathcal{L}(\psi,\ \psi)=\frac{1}{2}\int_V\int_0^{t_0}\Big[\rho\dot v_i\,\dot v_i+C_{ijkl}\,v_{i,j}\,v_{k,l}+\alpha\,(\alpha d-h)\left(\frac{\theta}{\alpha}\right)^2+$$

$$+\frac{h}{\alpha}(\theta+\alpha\dot\theta)^2+2(\alpha d-h)\int_0^t\dot R^2d\tau+\alpha k_{ij}\,R_{,i}\,R_{,j}+2\int_0^t k_{ij}R_{,i}\,R_{,j}\,\mathrm{d}\tau\Big]\,\mathrm{d}V\,\mathrm{d}t+$$

$$+\frac{t_0}{2}\int_\Omega(\rho\dot v_i,\,\dot v_i+\alpha h\dot R^2)\,|_{t=0}\,\mathrm{d}V.$$

Definition 4.2. By $V(Q_{t0})$ we denote the Hilbert space obtained as the completion of $\mathcal{F}(Q_{t_0})$ by means of the norm $|\ .\ |$, induced by the inner product:

$$<(y,\ \psi)>=\int_0^{t_0}\int_V[uv+\dot u_i\,\dot v_i+u_{i,j}\,v_{i,j}+TR+(T+\dot T)(R+\dot R)+$$

$$+T_{,i}R_{,i}+\int_0^t\dot T\dot R\,d\tau+\int_0^t T_{,i}R_{,i}\,d\tau]\,\mathrm{d}V\,\mathrm{d}t.$$

By $\overset{\circ}{V}(Q_{t_0})$ we denote the closed linear manifold of $V(Q_{t_0})$ obtained as the completion of $\overset{\circ}{\mathcal{F}}(Q_{t_0})$ by means of $|\ .\ |$. From (3.8), (4.1) — (4.7) we deduce that there exists a constant $c_1 > 0$ depending only on p, θ_0, ρ_0, α, d, h, M, N, k, such that

$$|\psi|^2 \geqslant c_1 \mathcal{L}(\psi, \psi). \tag{4.8}$$

Definition 4.3. By $\overset{\circ}{U}(Q_{t_0})$ we denote the Hilbert space obtained as a completion of $\overset{\circ}{\mathcal{F}}(Q_{t_0})$ by means of the norm induced by the inner product:

$$[(y, \psi)] = < (y, \psi) > + < (\dot{y}, \dot{\psi}) >$$

Definition 4.4 By $G(V)$ we denote the completion of $\tilde{C}^0(V)$ by means of the norm $\|\ .\ \|_{W_0(V)\times W_0(V)}$.

Definition 4.5. By $H_0(V)$ we denote the completion of the set

$$(\mathbf{u}, \mathbf{w}, \theta, \tau) : (\mathbf{u}, \theta) \in \tilde{C}^1(V), (\mathbf{w}, \tau) \in \hat{C}^1(V)$$

by means of the norm

$$|(\mathbf{u}, \mathbf{w}, \theta, \tau)|_0 = \frac{1}{2}\int_V [\rho w_i w_i + C_{ijkl} u_{i,j} u_{k,l} + \alpha(\alpha d - h)\left(\frac{\theta}{\alpha}\right)^2 +$$

$$+ \frac{h}{\alpha}(\theta + \alpha\dot{\theta})^2 + \alpha k_{ij} \theta_{,i} \theta_{,j}]\, dV.$$

By (3.8) and coercivness of $\Psi(\mathbf{v}, \mathbf{v})$, we conclude that $|\ .\ |_0$ is equivalent to $\|\ .\ \|_{W_1(V)\times W_0(V)\times W_1(V)\times W_0(V)}$.

With the help of Schwartz's inequality and Sobolev's embedding theorem [8] we can see that $\mathcal{L}$, $\mathcal{D}$ can be extended by continuity onto $V(Q_{t_0})\times$ $\times\ \overset{\circ}{U}(Q_{t_0})$, $L_1([0, t_0]; G(V))\times\overset{\circ}{U}(Q_{t_0})$ respectively. Now, (4.8) is extended from $\overset{\circ}{\mathcal{F}}(Q_{t_0})$ to $\overset{\circ}{U}(Q_{t_0})$, and $\mathcal{E}(\chi, \psi)$ makes sense for $\chi \in H_0(V)$, $\psi \in \overset{\circ}{U}(Q_{t_0})$.

Definition 4.6. $y=(\mathbf{u}, \theta)\in V(Q_{t_0})$ will be called a finite energy solution of (3.9) and (3.10) in Q_{t_0} with initial conditions $\chi=(\mathbf{u}_0, \dot{\mathbf{u}}_0, T_0, \dot{T}_0)\in$ $\in H_0(V)$ and source $z = (\mathbf{f}, r) \in L_1([0, t_0,]; G(V))$ if y satisfies the following conditions:

$$\mathcal{L}(y, \psi) = \mathcal{D}(z, \psi) + \mathcal{E}(\chi, \psi), \qquad \forall\psi \in \overset{\circ}{U}(Q_{t_0}),$$

$$\mathbf{u}(t) \xrightarrow{W_0(V)} u_0, \quad t \to 0. \tag{4.9}$$

According to Sobolev's embedding theorem, $y = (\mathbf{u}, \theta) \in V(Q_{t_0})$ implies that $\mathbf{u}(t)$ may be embedded in $C^0([0, t_0]; \mathbf{W}_0(V))$.

Remark 4.1. Any classical solution of (3.9), (3.10), (3.11) is also a finite energy solution. To see this, form the scalar product of (3.9) and the test function $((t - t_0)\dot{\mathbf{v}}, (t - t_0)(R + \alpha\dot{R}))$ where $(\mathbf{v}, R) \in \overset{\circ}{F}(Q_{t_0})$, and

integrate over Q_{t_0}. Conversely, if $(\mathbf{u}, \theta)$ is a finite energy solution which is smooth enough, then it is also a solution in the classical sense.

Lemma 4.1. *Let $y \in V(Q_{t_0})$ be a finite energy solution of* (3.9)—(3.10) *with initial conditions $\chi = (\mathbf{u}_0, \dot{\mathbf{u}}_0, T_0, \dot{T}_0)$ and source $z = (\mathbf{f}, r)$. Then,*

$$\tilde{y}(\mathbf{x}, t) = \int_0^{t_0} y(\mathbf{x}, \tau)\, d\tau$$

is also a finite energys olution of (3.9)—(3.10) *in Q_{t_0}, with initial conditions $\tilde{\chi} = (0, \mathbf{u}_0, 0, T_0)$ and the source*

$$\tilde{z}(\mathbf{x}, t) = \int_0^t z(\mathbf{x}, \tau)\, d\tau + (\rho \dot{\mathbf{u}}_{0i} - \alpha T_{0,j} a_{ij},\ d T_0 + h \dot{T}_0 - a_{ij} u_{0i,j}).$$

Proof. Let $\psi = (\mathbf{v}, R) \in \mathring{U}(Q_{t_0})$. We define

$$\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{x}, t) \equiv -\int_0^t \frac{1}{\xi - t_0} \int_{t_0}^{\xi} (\tau - t_0)\, \dot{\mathbf{v}}(\mathbf{x}, \tau)\, d\tau\, d\xi;$$

$$\tilde{R}(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\alpha} e^{-\frac{1}{\alpha} t} \int_0^t \frac{e^{\frac{1}{\alpha}\xi}}{\xi - t_0} \int_{t_0}^{\xi} (\tau - t_0)\, (R + \alpha \dot{R}')\, d\tau\, d\xi.$$

It can be verified that $\tilde{\psi} = (\tilde{\mathbf{v}}, R) \in \mathring{U}(Q_{t_0})$. Hence

$$\mathcal{L}(y, \tilde{\psi}) = \mathcal{D}(z, \tilde{\psi}) + \mathcal{E}(\chi, \tilde{\psi}).$$

An integration by parts with respcet to t shows that the above equation is equivalent to

$$\mathcal{L}(y, \tilde{\psi}) = \mathcal{D}(z, \tilde{\psi}) + \mathcal{E}(\chi, \tilde{\psi}) \qquad \text{Q.E.D.}$$

Theorem 4.1. (Uniquenesss Theorem). *There exists at most one finite energy solution of* (3.9)—(3.10) *in Q_{t_0}, with given initial conditions and given source.*

Proof. Suppose there exists two solutions, y_1 and y_2. We define

$$y(\mathbf{x}, t) = \int_0^t [y_1(\mathbf{x}, \tau) - y_2(\mathbf{x}, \tau)]\, d\tau.$$

By Lemma 4.1, y is a finite energy solution of (3.9)—(3.10) in Q_{t_0} with zero initial conditions and zero source.

Furthermore $y_1 - y_2 \in \mathring{V}(Q_{t_0})$ so that $y \in \mathring{U}(Q_{t_0})$. In particular

$$\mathcal{L}(y, y) = \mathcal{D}(0, y) + \mathcal{E}(0, y) = 0.$$

Then by (4.8), $|y| = 0$ which implies $y_1 - y_2 = 0$. Q.E.D.

Now, we established the existence of a finite energy solution, in the special case of zero initial conditions and the source in the space $L_2([0, t_0]; G(V))$.

Theorem 4.2. *There exists a finite energy solution* $y = (\mathbf{u}, \theta)$ *of Eqs.* (3.9)—(3.10) in Q_{t_0}, *with zero initial conditions and source* $z = (\mathrm{f}, r) \in L_2([0, t_0]; G(V))$. *Furthermore, there exist a constant* $c > 0$, *depending only on* c_1 *of* (4.8), ρ, α, t_0, d, h, θ_0, *such that*

$$|y| \leqslant c \| z \|_{L_2(Q_{t_0}) \times L_2(Q_{t_0})}.$$

The proof is like in [9]. It is repeated in [3].

In the second part of the work, we will give the existence theorem for nonhomogeneous initial conditions and will study the differentiability of solutions

Aknowledgement. The author would like to thank Mr. D. Ieşan for this advice and encouragement.

Received December 10, 1974

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Theoretical Mechanics

REFERENCES

1. Green A. F., Lindsay K. A., J. Elasticity, **2**, 1—7 (1972).
2. Green A. E., Laws N., Arch. Rat. Mech. Anal., **45**, 47—59 (1972).
3. Dafermos C., Arch. Rat. Mech. Anal., **29**, 241—271 (1968).
4. Agmons S., *Lectures on Elliptic Boundary Value Problem.* Princeton, 1965.
5. Lions J. L., Magenes E., *Problèmes aux limites non homogènes et applications.* Dunod, Paris, 1968.
6. Necas J., *Les méthodes directes en théorie des équations elliptiques.* Prague, 1967.
7. Duvaut G., Lions J., *Les inéquations en mécanique.* Dunod, Paris, 1972.
8. Sobolev S. L., *Certains applications de l'analyse fonctionnelle à la physique mathématique.* Léningrade, 1950.

ASUPRA EXISTENŢEI SOLUŢIEI ECUAŢIILOR TEORIEI GENERALIZATE A TERMOELASTICITĂŢII LINIARE (I)

(Rezumat)

Teoria generalizată a termoelasticităţii liniare a fost dată de A. E. Green şi A. Lindsay. C. Dafermos a stabilit existenţa şi stabilitatea asimptotică a soluţiei ecuaţiilor teoriei liniare a termoelasticităţii.

În lucrare se stabileşte existenţa soluţiilor ecuaţiilor teoriei generalizate a termoelasticităţii liniare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3—4, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 539.91

ON THE BENDING OF ELASTIC PLATES, WITH NORMAL STRESS ON THE FACES AND WITH A GIVEN DISPLACEMENT VECTOR ON THE LATERAL SURFACE

BY

I. IBĂNESCU

In this paper, a solution for the bending of elastic plates problem is given. The material is assumed to be isotropic and homogeneous. The plate is considered as a threedimensional body with a certain stress and the displacement vector on the faces and the lateral surfaces of the plate.

We consider the components of the displacement vector as polynomials in the function $Q_r(z)$ $(r = 1, 2, ..., n)$ of a set with certain properties of completeness. The set of functions $Q_r(z)$ has been derived by modifying the set of functions $P_r(z)$ introduced by M. Haimovici in paper [1]. We give a solution of the bending elastic plates with normal stress on the faces and the displacement vector given on the lateral surface; it results an approximation solution. If n tends to infinity the solution tends to the exact solution of the Lamé's equations.

The plate is assumed to have the plane Ox^1x^2 as middle plane and to be of constant thickness. Let $2h$ be the thickness of the plate, so that its plane faces are:

$$x^3 = \pm h. \tag{1}$$

We denote by Ω the interior of the plate and by D the region of its faces. We assume the lateral surface to be cylindrical, directed by sectionally smooth curves C whose equations are of the form:

$$x_\alpha = \gamma_\alpha(s), \quad (a \leqslant s \leqslant b),$$
$$\gamma_\alpha(a) = \gamma_\alpha(b), \quad (\alpha = 1, 2). \tag{2}$$

We study the case when the displacement vector u_i $(i = 1, 2, 3)$ and the body forces F_i have certain properties of symmetry, namely:

$$u_\alpha(x^1, x^2, -x^3) = -u_\alpha(x^1, x^2, x^3), \; F_\alpha(x^1, x^2, -x^3) = -F_\alpha(x^1, x^2, -x^3),$$
$$F_3(x^1, x^2, -x^3) = F_3(x^1, x^2, x^3), \quad (\alpha = 1\ 2). \tag{3}$$

The stress tensor has then similar properties of symmetry :

$$t_{\alpha\beta}(x^1,\ x^2,\ -x^3) = -\,t_{\alpha\beta}(x^1,\ x^2,\ x^3),\quad t_{\alpha 3}(x^1,\ x^2,\ -x^3) = t_{\alpha 3}(x^1,\ x^2,\ x^3),$$
$$t_{33}(x^1,\ x^2,\ -x^3) = -\,t_{33}(x^1,\ x^2,\ x^3),\qquad (\alpha,\ \beta = 1,\ 2). \tag{4}$$

This problem is a bending problem for the elastic plate.

We shall consider the following boundary conditions :

$$t_{\alpha 3}(x^1,\ x^2,\ \pm h) = 0,\qquad t_{33}(x^1,\ x^2,\ \pm h) = \pm\, p(x^1,\ x^2),\qquad (x^1,\ x^2) \in D, \tag{5}$$

$$u_i(x^1,\ x^2,\ x^3)\,|_{\Sigma} = \varphi_i(s,\ x^3). \tag{6}$$

Let $Q_r(z)$, $(-1 \leqslant z \leqslant 1)$ $(r = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$ be a set of functions with the following properties :

1. $Q_r(z) \in C^2$

2. $\begin{cases} Q_{2k}(z) = Q_{2k}(-z) \\ Q_{2k+1}(z) = -\,Q_{2k+1}(-z) \end{cases}$ for every integer k.

3. The set $Q_r(z)$ is complete simultaneously with its derivatives.

4. $Q_0(1) = 1\ ;\quad Q_1(1) = 1\ ;\quad Q_r(1) = 0$ for $r > 1$,

5. $Q_0'(1) = 0\ ;\quad Q_1'(1) = 1$, and $Q_r'(1) = 0$ for $r > 1$.

Consider now the functions :

$$\widetilde{U}_\alpha^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} A_{\alpha,2k+1}(x^1,\ x^2)\, Q_{2k+1}\left(\frac{x^3}{h}\right);\quad \frac{x^3}{h} = z\ ;$$
$$\widetilde{U}_3^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} A_{3,2k}(x^3,\ x^2)\, Q_{2l}\left(\frac{x^3}{h}\right),\quad (\alpha = 1,\ 2) \tag{7}$$

which verify the condition (5).

The functions $\widetilde{\mathcal{U}}_\alpha^{(n)}$ and $\widetilde{\mathcal{U}}_3^{(n)}$ depend of n but we do not write.

If we substitute $\mathcal{U}_i = \tilde{u}_i$ in the Lamé's equations we have :

$$-\mathcal{L}_\alpha(\widetilde{u}) = \mu \sum_{k=0}^{n} \Delta A_{\alpha,2k+1} Q_{2k+1}\left(\frac{x^3}{h}\right) + \frac{\mu}{h^2} \sum_{k=0}^{n} A_{\alpha,2k+1} Q_{2k}''\left(\frac{x_1}{h}\right) +$$
$$+\ (\lambda + \mu) \sum_{\beta=1}^{2} \sum_{k=0}^{n} \frac{\partial^2 A_{\beta,2k+1}}{\partial x^\beta\, \partial x^\alpha} Q_{2k+1}\left(\frac{x_3}{h}\right) + \frac{\lambda+\mu}{h} \sum_{k=0}^{n} \frac{\partial A_{\beta,2k}}{\partial x^\alpha} Q_{2h}'\left(\frac{x^3}{h}\right) = -F_\alpha, \tag{8}$$

$$-\mathcal{L}_3(\widetilde{u}) = \frac{\lambda+\mu}{h} \sum_{k=0}^{n} \sum_{\beta=1}^{z} \frac{\partial\, A_{\beta,2k+1}}{\partial x^\beta} Q_{2k+1}'\left(\frac{x^3}{h}\right) + \mu \sum_{k=0}^{n} \Delta A_{3,2k} Q_{2k}\left(\frac{x^3}{h}\right) +$$
$$+\ \frac{\lambda+2\mu}{h^2} \sum_{k=0}^{n} A_{3,2k}\, Q_{2k}''\left(\frac{x^3}{h}\right) = -F_3(x^1,\ x^2,\ x^3). \tag{9}$$

By multipling the equations (8) and (9) with $Q_{2l+1}(x^3/h)$ and respectively $Q_{2l}(x^3/h)$, $(l = 1, 2, ..., n)$, and integrating between minus one and plus one, we have:

$$-\mathcal{H}_{\alpha,2l+1} = \mu h \sum_{k=0}^{n} a_{2k+1,2l+1} \Delta A_{\alpha,2k+1} + \frac{\mu}{h} \sum_{k=0}^{n} a''_{2k+1,2l+1} A_{\alpha,2k+1} +$$

(10)

$$+(\lambda+\mu)h \sum_{\beta=1}^{2} \sum_{k=0}^{n} a_{2k+1,2l+1} \frac{\partial^2 A_{\beta,2k+1}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} + (\lambda+\mu) \sum_{k=0}^{n} a'_{2k,2l+1} \frac{\partial A_{3,2k}}{\partial x_\alpha} = -H_{\alpha,2l+1},$$

$$-\mathcal{H}_{3,2l} = (\lambda+\mu) \sum_{k=0}^{n} \sum_{\beta=1}^{2} a'_{2k+1,2l} \frac{\partial A_{\beta,2k+1}}{\partial x^\beta} + \mu h \sum_{k=0}^{n} a_{2k,2l} \Delta A_{3,2k} +$$

(11)

$$+ \frac{\lambda+2\mu}{h} \sum_{k=0}^{n} a''_{2k,2l} A_{3,2k} = -H_{3,2l}; \quad (l = 1,2, ..., n),$$

where

$$a_{rs} = \int_{-1}^{1} Q_r(z) Q_s(z)\, dz, \qquad a''_{rs} = \int_{-1}^{1} Q''_r(z) Q_s(z)\, dz,$$

(12)

$$a'_{rs} = \int_{-1}^{1} Q'_r(z) Q_s(z)\, dz, \qquad H_{ir} = \int_{-h}^{h} F_i Q_r\left(\frac{x^3}{h}\right) dx^3.$$

The constants a_{rs}, a'_{rs} and a''_{rs} have the properties:

$$a_{rs} = a_{sr}; \; a'_{rs} + a'_{sr} = 0 \text{ for } r, s \neq 0, 1 \text{ and } a'_{01} + a'_{10} = 1;$$

$$a''_{rs} = 0; \quad a_{rs} = 0 \text{ if } r+s \text{ is uneven;}$$

(13)

$$a'_{rs} = 0 \text{ if } r+s \text{ is even;}$$

$$\det |\, a_{rs} \,| > 0.$$

Relations (10) and (11) are a system of equations with $A_{\alpha,2k+1}$, $A_{3,2k}$ $(k = 1, 2, ..., n)$ as unknown functions of two independent variables. The boundary conditions for the system (10) and (11) are the following

$$\sum_{k=0}^{n} a_{2l+1,2k+1} A_{\alpha,2k+1}\Big|_C = \frac{1}{h} \int_{-h}^{h} \varphi_\alpha(s, x^3)\, Q_{2l+1}\left(\frac{x^3}{h}\right) dx^3,$$

(14)

$$\sum_{k=0}^{n} a_{2l,2k} A_{3,2k}\Big|_C = \frac{1}{h} \int_{-h}^{h} \varphi_3(s, x^3) Q_{2l}\left(\frac{x^3}{h}\right) dx^3$$

T h e o r e m 1. *The system* (10)—(11) *with the boundary conditions* (14) *has a unique solution.*

P r o o f. Let to be $A_i(x^1, x^2)$ and $B_j(x^1, x^2)$ two functions admitting continuous derivatives of order one and two for $(x^1, x^2) \in D$. The scalar product of the functions A_i, B_j has the following expression :

$$(A_i, B_j) = \int_D A_i B_j \, d\sigma. \tag{15}$$

If $\mathcal{A}$ is the function vector with the components $A_{i,r}$ $(i = 1, 2, 3)$ $(r = 1, 2, ..., 2n + 1)$ and $\mathcal{B}$ the function vector with the components $B_{i,r}$, their sclar product is :

$$(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \sum_{i=1}^{3} \sum_{r=1}^{2n+1} \int_D A_{i,r} B_{ir} \, d\sigma. \tag{16}$$

It is required the scalar product :

$$S(A, B) = (\mathcal{B}, \mathcal{N}(A)) = \sum_{\alpha=1}^{3} \sum_{l=0}^{n} \int_D (\mathcal{N}_{\alpha,2l+1} B_{\alpha,2l+1} + \mathcal{N}_{3,2l} \mathcal{B}_{3,2l}) \, d\sigma. \tag{17}$$

For $\varphi_i = 0$ it is clear that :

$$S(A, B) = \sum_{\alpha=1}^{2} \sum_{l=0}^{n} \int_\Omega (\mathcal{L}_{\alpha\, 2l+1} v_{\alpha,2l+1} + \mathcal{L}_{3,2l} v_{3,2l}) d\tau, \tag{18}$$

where $\mathcal{L}_{\alpha,2l}$ and $\mathcal{L}_{3,2l}$ is given by (8) and (9).

Since the operator $\mathcal{L}_i(u)$ when $u = 0$ on the frontier, is positive definite, the same is true also for the operator $\mathcal{N}_i(A)$ operating on the vector whose components are $A_{i,r}$. From the positive definitness of $\mathcal{L}_i(u)$ (when $u = 0$ on the frontier), it follows that, for any vector u_i (vanishing on the frontier)

$$\sum_{i=1}^{2} \int_\Omega (u_i, \mathcal{L}_i(u)) \, d\tau \geqslant r^2 \| u \|^2. \tag{19}$$

Since the form with coefficients a_{ij} is positive definite, there exists a constant k so that

$$\sum_{r,l=0}^{n} a_{lr} \xi_l \xi_r \geqslant k^2 \sum_{i=0}^{n} (\xi_i)^2. \tag{20}$$

It follows that :

$$\begin{aligned} \| u \|^2 = \sum_{i=1}^{3} \| u_i \|^2 = \sum_{r,s=0}^{2n+1} \sum_{i=1}^{3} \int_D a_{rs} A_{ir} A_{is} \, d\sigma \geqslant . \\ \geqslant k^2 \int_D \sum_{i=1}^{3} \sum_{s=0}^{2n+1} A_{is} A_{is} \, d\sigma \geqslant k^2 \sum_{s=0}^{2n+1} \sum_{i=1}^{3} \| A_{is} \|^2. \end{aligned} \tag{21}$$

For $\varphi_i = 0$ we get

$$S(A,\ A) = \int_{\Omega} \sum_{i=1}^{3} (u_i,\ \mathcal{L}_i(u))\,\mathrm{d}\tau = \sum_{i=1}^{3} \sum_{l=0}^{2n+1} \int_{D} A_{ir}\,\mathcal{H}_{il}\,\mathrm{d}\sigma \geqslant \tag{22}$$

$$\geqslant r^2 k^2 \| A \|^2$$

and hence, our theorem is proved.

The solution of the problem is given by the minimum of the functional

$$\Phi(\tilde{u}^{(n)}) = W(\tilde{u}^{(n)}) - \int_{\Sigma} \sum_{i=1}^{3} \sum_{\alpha=1}^{2} t_{i\alpha}\, u_i\, n_\alpha\, \mathrm{d}s\, \mathrm{d}x^3 - \sum_{i=1}^{3} (\bar{F},\ \tilde{u}_i^{(n)}) \tag{23}$$

with

$$2W(\tilde{u}^{(n)}) = \int_{\Omega} t_{ij}\, \varepsilon_{ij}\ \mathrm{d}\tau.$$

Theorem 2. If n *tends to infinity, the solution* $\tilde{u}^{(n)}$ *tends in mean to the exact solution of the syxtem* $\mathcal{L}_i(u) = F_i$ *with the boundary conditions* (5)—(6).

Denote by d the minimum of $\Phi(u)$. Let $v_i \in C^{(2)}$ in Ω be a vector satisfying the same boundary conditions (5)—(6) and such that:

$$d \leqslant \Phi(v) \leqslant d + \frac{\varepsilon}{2}. \tag{24}$$

The vector v can be aproximated by polinomials in Q_r.

Consider the expresion

$$P = W(v - \tilde{v}^{(n)}) - \int_{\Sigma} \sum_{i=1}^{3} \sum_{\alpha=1}^{2} t_{i\alpha}\, (v - v^{(n)})\, (v_i - \tilde{v}_i^{(n)})\, n_\alpha\, \mathrm{d}s\, \mathrm{d}x^3 - \tag{25}$$

$$- \sum_{i=1}^{3} (F_i,\ v_i - \tilde{v}^{(n)})$$

and we denote by $\delta v = v - \tilde{v}^{(n)}$, and taking into account that $\delta v = 0$ on the lateral surfaces, we have

$$P = \frac{\lambda + \mu}{2} \sum_{i=1}^{3} \left\| \frac{\partial(\delta v_i)}{\partial x_i} \right\|^2 + \frac{\mu}{2} \sum_{i,j=1}^{3} \left\| \frac{\partial(\delta v_i)}{\partial x_j} \right\|^2 \sum_{i=1}^{3} (F_i,\ \delta v_i) - \tag{26}$$

$$- \frac{\mu}{2} \int_{\Sigma} \sum_{i,j=1}^{3} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial(\delta v_i)}{\partial n_j} + \frac{\partial(\delta v_j)}{\partial n_i} \right) - \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial(\delta v_k)}{\partial n_k}\, \delta_{ij} \right] \delta v_j\, n_j\ \mathrm{d}s\, \mathrm{d}x^3$$

For every $n \geqslant n_1(\varepsilon)$

$$|P| < \frac{\varepsilon}{2}. \tag{27}$$

From (24) and (27), it follows that

$$d \leqslant \Phi(\tilde{v}^{(n)}) \leqslant d + \varepsilon_1' \tag{28}$$

and

$$d < \Phi(u^{(n)}) < \Phi(v^{(n)} < d + \varepsilon_1'$$

which proves our statement.

Received May 28, 1974

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Theoretical Mechanics

REFERENCES

1. Haimovici M., *On the Bending of Elastic Plates.* Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. sci. techn., **14**, *11–12* (1966).

ASUPRA ÎNCOVOIERII PLĂCILOR ELASTICE, CU ÎNCĂRCĂRI NORMALE PE FEŢE ŞI CU DEPLASĂRI DATE PE SUPRAFAŢA LATERALĂ

(Rezumat)

În nota de faţă se dă o soluţie aproximativă a problemei încovoierii plăcilor utilizînd funcţiile introduse de M. Haimovici în [1]. Se arată apoi că această soluţie converge în medie la soluţia exactă a problemei spaţiale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3—4, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 539.91

ÉTUDE DES EFFETS DU SECOND ORDRE DANS LES DÉFORMATIONS DES CYLINDRES À SECTION ELLIPTIQUE SOUMIS A UNE FLEXION SIMPLE

PAR

NICOLE TOUPANCE

0. Introduction

Dans un article précédent [1], nous avons obtenu, par la méthode de Rivlin [2], le déplacement au second ordre pour le problème de flexion simple des cylindres elliptiques (donc circulaires) constitués d'un matériau hyperélastique, compressible et isotrope dans l'état non déformé. Le résultat obtenu dépend, entre autre, de trois constantes du second ordre que nous relierons à celles introduites par Murnaghan [3].

En utilisant des valeurs expérimentales de ces constantes déterminées pour certains matériaux, nous étudierons la déformée de la ligne neutre du cylindre et surtout le gain apporté par les termes du second ordre à la loi de Bernoulli. Nous chercherons également les transformées des sections droites afin d'étudier les éventuelles modifications de l'hypothèse de Bernoulli.

1. Préliminaires

Les quantités aparaissant dans [1] sont exprimées en fonction de λ et μ constantes de Lamé et de trois constantes du second ordre a_3, a_4, a_5, coefficients du potentiel hyperélastique W donné par Rivlin [2] sous la forme

$$W = -\frac{\mu}{2} J_2 + \frac{\lambda + 2\mu}{8} J_1^2 + a_3 J_1 J_2 + a_4 J_1^3 + a_5 J_3,$$

où $J_1 = I_1 - 3$, $J_2 = I_2 - 2I_1 + 3$, $J_3 = I_3 - I_2 + I_1 - 1$ avec I_1, I_2, I_3 invariants élémentaires du tenseur des dilatations B.

Les composantes du tenseur des contraintes s'écrivent alors

$$T_{ij} = \frac{2}{\sqrt{I_3}} \left\{ \left[\mu + a_5 + 2\left(\frac{\lambda + 2\mu}{8} - a_3 \right) J_1 + a_3 J_2 + 3a_4 J_1^2 \right] B_{ij} + \right.$$

$$\left. + I_3 B_{ij}^{-1} \left(-\frac{\mu}{2} - a_5 + a_3 J_1 \right) + \left[I_2 \left(-\frac{\mu}{2} - a_5 + a_3 J_1 \right) + a_5 I_3 \right] \delta_{ij} \right\}.$$

Si $u_i(x_1, x_2, x_3)$ $i = 1, 2, 3$ sont les composantes du vecteur déplacement, nous posons [2], en utilisant la convention de l'indice répété

$$e_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \mu_j}{\partial x_i}, \qquad e = e_{ii};$$

$$\mathbf{E}_{ij} = e_{iq}\, e_{qj} - e e_{ij} + \mathbf{E}\delta_{ij} \quad \text{avec} \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_{ii};$$

$$\alpha_{ij} = \frac{\partial \mu_e}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \mu_j}{\partial x_k}, \qquad \alpha = \alpha_{ii}.$$

La théorie classique du second ordre nous permet d'écrire

$$I_2 = 3 + 2e + 2\alpha + \mathbf{E}, \quad I_3 = 1 + e + \alpha + \mathbf{E}, \quad J_1 = e + \alpha, J_2 = \mathbf{E},$$

$$B_{ij} = \delta_{ij} + e_{ij} + \alpha_{ij}, \quad I_3\, B^{-1}_{ij} = \delta_{ij}\,(1 + e + \alpha) - e_{ij} - \alpha_{ij} + \mathbf{E}_{ij},$$

soit

$$T_{ij} = \frac{\lambda}{2} e\delta_{ij} + \mu e_{ij} + \frac{\lambda}{2}\alpha\delta_{ij} + \mu\alpha_{ij} + \left(\frac{\lambda}{2} - \frac{\mu}{2} - 2a_3 - 2a_5\right) e e_{ij} +$$

(a)

$$+ (2a_5 + \mu)\, e_{il}\, e_{lj} + \left(6a_4 + 2a_3 - \frac{\lambda}{4}\right) e^2\, \delta_{ij} + (2a_5 + 2a_3)\, \mathbf{E}\delta_{ij}.$$

La plupart des données expérimentales faisant intervenir l, m, n constantes du second ordre de Murnaghan [3], nous devons établir les relations entre ces grandeurs et a_3, a_4, a_5. Introduisons l'approximation du problème dans l'expression du tenseur des contraintes donné par Murnaghan dans [3]

$$T_{ij} = \frac{1}{\sqrt{I_3}}\left\{\left[\frac{\lambda}{2} J_1 + \frac{l}{4} J_1^2 - \frac{m}{2} J_2 + \frac{n}{4} J_2\right] B_{ij} + \left[\mu + \frac{m}{2} J_1 - \frac{n}{4} J_1\right](B^2 - B)_{ij} + \right.$$

$$\left. + \frac{n}{4}\,(B^3 - 2B^2 + B)_{ij}\right\}.$$

Avec les notations précédentes, $(B^2 - B)_{ij} = e_{ij} + \alpha_{ij} + e_{ik}\, e_{kj}$, $(B^3 - 2B^2 + B)_{ij} = e_{il}\, e_{lj}$ donc

$$T_{ij} = \frac{\lambda}{2} e\delta_{ij} + \mu e_{ij} + \frac{\lambda}{2}\alpha\delta_{ij} + \mu\alpha_{ij} + \left(\frac{\lambda}{2} + \frac{m}{2} - \frac{\mu}{2} - \frac{n}{4}\right) e e_{ij} +$$

(b)

$$+ \left(\mu + \frac{n}{4}\right) e_{il}\, e_{lj} + \left(\frac{l}{4} - \frac{\lambda}{4}\right) e^2\, \delta_{ij} + \left(\frac{n}{4} - \frac{m}{2}\right) \mathbf{E}\delta_{ij}.$$

Nous obtenons en comparant (a) et (b)

$$a_5 = \frac{n}{8}, \qquad a_3 = -\frac{m}{4}, \qquad 24\, a_4 = 1 + 2m.$$

Nous utiliserons dans la suite l, m, n comme constantes du second ordre.

2. Notations et équations

Les génératrices du cylindre sont parallèles à ox_3, ligne neutre de la pièce ; les bases B_0 et B_1 sont situées dans les plans $x_3 = 0$ et $x_3 = 1$. ox_1 et ox_2 sont axes principaux des sections droites, J et I étant les moments d'inertie associés. Les efforts superficiels sont nuls sur la surface latérale et se réduisent à un couple Mx_2 sur B_1 et donc $-Mx_2$ sur B_0. Nous supposerons dans la suite $M > 0$.

Dans le problème de flexion simple, la théorie du second ordre consiste à envisager $\varepsilon = \dfrac{M}{ES}$ (E – module d' Y o u n g, S – aire de la section droite) comme infiniment petit principal et à négliger les termes d'ordre supérieur à deux par rapport à ε.

Le vecteur déplacement au second ordre s'écrit [1]

$$\begin{cases} u_1 = \dfrac{\varepsilon}{2}\dfrac{S}{I}\left[x_3^2 + \sigma(x_1^2 - x_2^2)\right] - \varepsilon^2 \dfrac{S^2}{I^2} x_1 \dfrac{x_3^2}{2} + U_1 \dfrac{x_1^3}{3} + V_1 x_1 x_2^2 - W_1 x_1, \\ u_2 = \varepsilon \dfrac{S}{I} \sigma x_1 x_2 + U_2 x_1^2 x_2 + V_2 \dfrac{x_2^3}{3} + W_2 x_2, \\ u_3 = -\varepsilon \dfrac{S}{I} x_1 x_3 - \varepsilon^2 \dfrac{S^2}{I^2}\dfrac{x_3^3}{6} + \varepsilon^2 \dfrac{S^2}{I^2}\dfrac{\sigma}{2}(x_2^2 - x_1^2) x_3 + \left(\varepsilon^2 \dfrac{S^2}{I^2}\dfrac{h_4}{E} - \dfrac{\sigma}{E} c_1\right) x_3; \end{cases}$$

σ est le coefficient de Poisson ; U_1, V_1, W_1, U_2, V_2, W_2, h_4 et c_1 sont des quantités dépendant de ε, de la nature de la section droite et des trois constantes l, m, n.

Après déformation, les coordonnées d'un point de la ligne neutre ($x_1 = x_2 = 0$) ont pour valeur $y_i = x_i + u_i(x_1, x_2, x_3)$ $i = 1, 2, 3$.

$$(\mathrm{R}) \qquad \begin{cases} y_1 = \varepsilon \dfrac{S}{I}\dfrac{x_3^2}{2} \qquad\qquad y_2 = 0 \\ y_3 = \left(1 + \varepsilon^2 \dfrac{S^2}{I^2}\dfrac{h_4}{E} - \dfrac{\sigma}{E} c_1\right) x_3 - \varepsilon^2 \dfrac{S^2}{I^2}\dfrac{x_3^3}{6} = Q x_3 - \varepsilon^2 \dfrac{S^2}{I^2}\dfrac{x_3^3}{6}. \end{cases}$$

La déformée de la ligne neutre est une cubique qui se trouve, comme pour le cas linéaire, dans le plan $y_2 = 0$ et dont l'allure dépend de h_4 et c_1. Ces deux quantités n'ayant été déterminées explicitement que dans les cas elliptique et circulaire [1], nous obtenons les deux formes suivantes pour l'expression inconnue Q,

$$Q = 1 + \varepsilon^2 \frac{S^2}{I^2}\frac{h_4}{E} - \frac{\sigma}{E} c_1,$$

a) **Section elliptique**

$$b^2 x_1^2 + a^2 x_2^2 = a^2 b^2 ; \quad \varepsilon_{\text{elliptique}} = \varepsilon_e = \frac{M}{\pi a b E} ; \quad I_e = \frac{\pi}{4} a^3 b;$$

$$Q_e = 1 + \frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^2}\left[-\frac{3\sigma^2 n}{4E} - \frac{(1-2\sigma)^3(l+2m)}{4E} - \frac{6\sigma(1-2\sigma)(2-\sigma)}{4E} m + \right.$$

$$\left. + \frac{\sigma - 1{,}5}{8} \right] + \frac{16}{a^4} \varepsilon_e^2 \frac{\sigma}{8} (a^2 - b^2).$$

b) **Section circulaire**

$$x_1^2 + x_2^2 = a'^2 ; \quad \varepsilon_{\text{circulaire}} = \varepsilon_c = \frac{M}{E\pi a'^2} ; \quad I_c = \frac{\pi a'^4}{4} ;$$

$$Q_c = 1 + \frac{16\,\varepsilon_c^2}{a'^2}\left[-\frac{3\sigma^2 n}{4E} - \frac{(1-2\sigma)^3 (l+2m)}{4E} - \right.$$

$$\left. - \frac{6\sigma(1-2\sigma)(2-\sigma)}{4E} m + \frac{\sigma - 1{,}5}{8} \right].$$

Nous noterons dans la suite

$$Q_e = 1 + \frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}[\gamma a^2 + \beta(a^2 - b^2)], \text{ avec } \beta = \frac{\sigma}{8}, \quad Q_c = 1 + \frac{16\,\varepsilon_c^2}{a'^2}\gamma;$$

β est toujours positif et γ l'est pour les matériaux envisagés.

Appelons $\left|\frac{1}{\rho}\right|_2$ la courbure de la transformée de la ligne neutre calculée à partir de la représentation paramétrique (R). Dans le cas linéaire, cette courbure notée $\left|\frac{1}{\rho}\right|_1$ a pour valeur $\varepsilon \frac{S}{I}$. Nous allons étudier en $x_3 = 0$ et signaler les résultats valables en $x_3 \neq 0$.

A.
$$g = \frac{\left|\frac{1}{\rho}\right|_1 - \left|\frac{1}{\rho}\right|_2}{\left|\frac{1}{\rho}\right|_1},$$

noté g_e pour le cylindre elliptique, g_c pour le cylindre circulaire.

B. Avec certaines hypothèses sur les sections droites

$$g_r = \frac{\left(\left|\frac{1}{\rho}\right|_{2\,\text{circulaire}}\right) - \left(\left|\frac{1}{\rho}\right|_{2\,\text{elliptique}}\right)}{\left(\left|\frac{1}{\rho}\right|_{2\,\text{circulaire}}\right)}.$$

Calculons ces différentes quantités avec l'approximation du problème et pour x_3 de l'ordre du diamètre de la section droite.

$$\text{A. } g_e = 1 - \frac{1 + \frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}[\gamma a^2 + \beta(a^2 - b^2)] + \frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}\frac{x_3^2}{2}}{\left\{\left\{1 + \frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}[\gamma a^2 + \beta(a^2 - b^2)] - \frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}\frac{x_3^2}{2}\right\} + \frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}\,x_3^2\right\}^{3/2}},$$

$$g_e = \frac{32}{a^4}\,\varepsilon_e^2[\gamma a^2 + \beta(a^2 - b^2)] - \frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}\frac{x_3^2}{2} = \frac{M^2}{a^6\,b^2}\left[\frac{32}{E^2\pi^2}\gamma a^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{32}{E^2\pi^2}\,\beta(a^2 - b^2) - \frac{16}{E^2\pi^2}\frac{x_3^2}{2}\right].$$

Nous en déduisons immédiatement

$$g_c = \frac{32}{a'^2}\,\varepsilon_c^2\,\gamma - \frac{16}{a'^4}\,\varepsilon_c^2\frac{x_3^2}{2} = \frac{M^2}{a'^8}\left[\frac{32}{E^2\pi^2}\,\gamma a'^2 - \frac{16}{E^2\pi^2}\frac{x_3^2}{2}\right].$$

B. Pour calculer le gain g_r, nous allons introduire deux hypothèses sur les sections droites.

1° Hypothèse. Les deux sections droites ont *la même aire donnée S* donc les deux cylindres sont constitués de la même quantité de matière avec $S = \pi ab = = \pi a'^2$;

$$\varepsilon_e = \varepsilon_c = \frac{M}{ES} = \varepsilon$$

est connu ainsi que $a'^2 = \frac{S}{\pi}$.

Nous cherchons le couple $(a,\ b)$ mais en posant $b = a\lambda^2$, nous sommes ramenés à la détermination de λ^2 puisque $a^2 = \frac{S}{\pi\lambda^2}$ (nous prendrons $\lambda > 0$)

$$Q_e = 1 + \frac{16\,\varepsilon^2\pi\lambda^2}{S}[\gamma + \beta(1 - \lambda^4)], \qquad Q_c = 1 + \frac{16\,\varepsilon^2\pi}{S}\gamma,$$

$$g_r = 1 - \frac{\frac{\varepsilon\,4\pi\lambda^2}{S}\,\frac{1 + \frac{16\varepsilon^2}{S}\pi\lambda^2[\gamma + \beta(1 - \lambda^4)] + \frac{16\,\varepsilon^2}{S^2}\pi^2\lambda^4\frac{x_3^2}{2}}{\left\{\left\{1 + \frac{16\,\varepsilon^2}{S}\pi\lambda^2[\gamma + \beta(1 - \lambda^4)] - \frac{16\,\varepsilon^2}{S^2}\pi^2\lambda^4\frac{x_3^2}{2}\right\}^2 + \frac{16\,\varepsilon^2}{S^2}\pi^2\lambda^4 x_3^2\right\}^{3/2}}}{\frac{\varepsilon\,4\pi}{S}\,\frac{\lambda + \frac{16\,\varepsilon^2}{S}\pi\gamma + \frac{16\,\varepsilon^2}{S^2}\pi^2\frac{x_3^2}{2}}{\left\{\left\{1 + \frac{16\,\varepsilon^2}{S}\pi\gamma - \frac{16\,\varepsilon^2}{S^2}\pi^2\frac{x_3^2}{2}\right\}^2 + \frac{16\,\varepsilon^2}{S^2}\pi^2 x_3^2\right\}^{3/2}}},$$

$$g_r = (1 - \lambda^2)\left\{1 + \frac{32\,\pi\varepsilon^2}{S}\,\beta\,\lambda^4(1 + \lambda^2) - \frac{32\,\pi\varepsilon^2}{S}\,\gamma\lambda^2 + \right.$$

$$+\frac{16\,\pi^2\,\varepsilon^2}{S^2}\,\lambda^2(1+\lambda^2)\,\frac{x_3^2}{2}\Big\} = (1-\lambda^2)\Big\{1+\frac{M^2}{S^3}\,\frac{32\,\pi\beta}{E^2}\,\lambda^4\,(1+\lambda^2)-$$

$$-\frac{M^2}{S^3}\,\frac{32\,\pi\gamma}{E^2}\,\lambda^2+\frac{M^2}{S^4}\,\frac{16\pi^2}{E^2}\,\lambda^2\,(1+\lambda^2)\,\frac{x_3^2}{2}\Big\}.$$

2° Hypothèse: Supposons que $a = a'$ *est donné* Avec les notations précédentes,

$$\varepsilon_e = \frac{M}{E\pi a^2\,\lambda^2} \quad \text{et} \quad \varepsilon_c = \frac{M}{E\pi a^2} \quad \text{donc} \quad \varepsilon_c = \lambda^2\,\varepsilon_e\,.$$

Nous déterminerons $\lambda^2\,(\lambda > 0)$ et $b = a\lambda^2$ sera connu.

$$Q_e = 1+\frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^2}[\gamma+\beta(1-\lambda^4)], \qquad Q_c = 1+\frac{16\,\varepsilon_c^2}{a^2}\,\gamma = 1+\frac{16\,\lambda^4\,\varepsilon_e^2}{a^2}\,\gamma,$$

$$g_r = 1-\frac{\varepsilon_e\,\frac{4}{a^2}\,\dfrac{1+\frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^2}[\gamma+\beta(1-\lambda^4)]+\frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}\,\frac{x_3^2}{2}}{\left\{\left\{1+\frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^2}[\gamma+\beta(1-\lambda^4)]-\frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}\,\frac{x_3^2}{2}\right\}^2+\frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}\,x_3^2\right\}^{3/2}}}{1+\frac{16\,\lambda^4}{a^2}\,\varepsilon_e^2\gamma+\frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}\,\lambda^4\,\frac{x_3^2}{2}},$$

$$\lambda^2\,\varepsilon_e\,\frac{4}{a^2}\,\Big\{\Big\{1+\frac{16\,\lambda^4\,\varepsilon_e^2}{a^2}\,\gamma-\frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}\,\lambda^4\,\frac{x_3^2}{2}\Big\}^2+\frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}\lambda^4\,x_3^2\Big\}^{3/2}$$

$$g_r = \frac{1-\lambda^2}{\lambda^2}\Big\{-1+\frac{32}{a^2}\,\varepsilon_e^2\,\beta(1+\lambda^2)+\frac{32}{a^2}\,\varepsilon_e^2\,\gamma(1+\lambda^2)-$$

$$-\frac{16\,\varepsilon_e^2}{a^4}\,(1+\lambda^2)\,\frac{x_3^2}{2}\Big\} = \frac{1-\lambda^2}{\lambda^6}\Big\{-\lambda^4+\frac{M^2}{a^6}\,\frac{32}{E^2\,\pi^2}\,(1+\lambda^2)\,(\beta+\gamma)-$$

$$-\frac{M^2}{a^6}\,\frac{16}{E^2\,\pi^2}\,(1+\lambda^2)\,\frac{x_3^2}{2}\Big\}.$$

3. Calculs expérimentaux

Les quantités γ et β dépendent des constantes du second ordre dont des valeurs expérimentales ont été déterminées pour certains matériaux par Hughes and Kelly (4), Smith (5) et Yu (6). En introduisant ces valeurs, nous pouvons dresser le tableau 1.

Tableau 1

	γ	β	$\frac{\gamma}{\beta}$	$\frac{\gamma+\beta}{\beta}=\eta^2$	$\frac{32\gamma}{E^2\pi^2}$	$\frac{32\beta}{E^2\pi^2}$	$\frac{32\pi\gamma}{E^2}$	$\frac{32\pi\beta}{E^2}$
					unité $=(\text{bars}\times 10^6)^{-2}$			
cuivre	2,080	0,043	48	49	0,0409	0,00085	1,266	0,0263
acier	1,400	0,043	38	39	0,0099	0,00025	0,306	0,0077
armcoiron	1,137	0,036	31	32	0,0082	0,00026	0,253	0,0080
magnésium tooling plate	1,089	0,038	28	29	0,1885	0,00659	5,835	0,1987
0,4% carbon steel	1,004	0,036	28	29	0,0072	0,00026	0,223	0,0080
austenic steel	1,391	0,034	40	41	0,0134	0,00033	0,414	0,0102
2,5% Ni CrMo steel	0,983	0,036	27	28	0,0072	0,00026	0,223	0,0080
polystyrène	1,030	0,043	24	25	24,565	1,00708	760,532	31,179

4. Résultats

4.1. Signe des divers gains en $x_3 = 0$

A. $$g_e = \frac{32}{a^4}\,\varepsilon_e^2\,[\gamma a^2 + \beta(a^2 - b^2)].$$

Si b est la longueur du petit axe de l'ellipse, g_e restera constamment positif.

Si b est la longueur du grand axe, il est possible de trouver a et b pour que g_e reste positif. Il suffit pour cela de choisir $\lambda^4 = \frac{b^2}{a^2}$ inférieur à $\frac{\gamma+\beta}{\beta} = \eta^2$ (on remarque que $5 < \eta < 7$ pour les matériaux envisagés),

$$g_c = \frac{32}{a'^2}\,\varepsilon_c^2\,\gamma.$$

Quel que soit le rayon a' de la section droite, g_e est positif. En conclusion, nous pouvons toujours déterminer les dimensions de la section droite pour que $\left|\frac{1}{\rho}\right|_1$ soit supérieur à $\left|\frac{1}{\rho}\right|_2$: nous pouvons donc espérer que la déformation réelle est inférieure à celle obtenue en négligeant les termes d'ordre supérieur à deux.

B. Nous allons montrer que, compte tenu des hypothèses faites sur la section droite, il est possible de déterminer λ^2 pour que g_r soit positif.

1° Hypothèse

$$g_r = (1-\lambda^2)\{1 + A\beta\lambda^4(1+\lambda^2) - A\gamma\lambda^2\} = (1-\lambda^2)f(\lambda)$$

où $A = \dfrac{M^2}{S^3}\dfrac{32\,\pi}{E^2}$ est connu.

Nous allons étudier la fonction $f(\lambda)$ sur $]0, +\infty[$

$$f'(\lambda) = A[\beta(4\lambda^3) + 6\lambda^5) - 2\lambda\gamma], \quad f''(\lambda) = A[\beta(12\lambda^2 + 30\lambda^4) - 2\gamma],$$

$$f'''(\lambda) = 24\,A\lambda\beta\,(1+5\,\lambda^2) > 0.$$

a) *b est la longueur du petit axe* $0 < \lambda^2 < 1$,
g_r sera positif si $f(\lambda)$ l'est

Si $\dfrac{S^3}{M^2} \geqslant \dfrac{32\pi}{E^2}(\gamma - 2\beta)$ g_r est positif quel que soit $\lambda \in]0, 1[$

Si $\dfrac{S^3}{M^2} < \dfrac{32\pi}{E^2}(\gamma - 2\,\beta)$ g_r est positif si $\lambda < \lambda_0$ avec $\lambda_0 < 1$

b) *b est la longueur du grand axe* $\lambda^2 > 1$.

Dans ce cas g_r est positif si $f(\lambda)$ est négative. $f'(\lambda)$ s'annule en λ_1 $\left(\dfrac{3}{2} < \lambda_1 < 2\right)$ défini par $\beta\lambda_1^2(2 + 3\lambda_1^2) = \gamma$ soit

$$\lambda_1^2 = \frac{1}{2}\left[-1 + \sqrt{1+\frac{3\gamma}{\beta}}\right],$$

$$f(\lambda_1) = 1 - \frac{A}{27}\left[-1+\sqrt{1+\frac{3\gamma}{\beta}}\right]\left[6\gamma+\beta-\beta\sqrt{1+\frac{3\gamma}{\beta}}\right];$$

or $6\lambda + \beta - \beta\sqrt{1+\dfrac{3\gamma}{\beta}}$ est positif $\left(\text{on a bien } 36\gamma^2 + 12\,\beta\gamma + \beta^2 > \beta^2\left(1+\right.\right.$ $\left.\left.+\dfrac{3\gamma}{\beta}\right)\right.$ soit $36\gamma^2 + 9\,\beta\gamma > 0\Big)$ donc $f(\lambda_1)$ n'a pas de signe déterminé.

Si $\dfrac{S^3}{M^2} \geqslant \dfrac{32\pi}{E^2}\,\dfrac{1}{27}\left\{2(3\gamma+\beta)\sqrt{1+\dfrac{3\gamma}{\beta}} - (9\gamma+2\beta)\right\}$, $f(\lambda_1)$ reste positive ou nulle donc le problème est impossible.

Si $\dfrac{S^3}{M^2} < \dfrac{32\pi}{E^2}\,\dfrac{1}{27}\left\{2(3\gamma+\beta)\sqrt{1+\dfrac{3\gamma}{\beta}} - (9\gamma+2\beta)\right\}$, $f(\lambda_1)$ reste négative sur un intervalle $]\theta_1\ \theta_2[$ donc g_r est positif. Dans la question précédente, nous avons rencontré une valeur particulière définie par $\eta = \lambda^2 = \sqrt{\dfrac{\beta+\gamma}{\beta}}$.

Calculons $f(\sqrt{\eta})$

$$f(\sqrt{\eta}) = 1 + A(\beta + \gamma) + A\beta\sqrt{\frac{\beta+\gamma}{\beta}} > 0;$$

g_r sera négatif en $\sqrt{\eta}$ donc $\theta_2 < \sqrt{\eta}$.

Il est facile de montrer que $\gamma - 2\beta < \frac{1}{27}\left\{2(3\gamma+\beta)\sqrt{1+\frac{3\gamma}{\beta}} - (9\gamma+2\beta)\right\}$ ce qui nous permet de résumer les résultats précédents :

$g_r > 0$ si $\lambda < \lambda_0 < 1$ si b est le petit axe	$g_r > 0 \; \forall \; \lambda$ si b est la longueur du petit axe	$g_r > 0 \; \forall \; \lambda$ si b est la longueur du petit axe
$\frac{S^3}{M^2}$ ——— $\frac{32\pi}{E^2}(\gamma - 2\beta)$ ——— $\frac{32\pi}{27E^2}\left\{2(3\gamma+\beta)\sqrt{1+\frac{3\gamma}{\beta}} - 9\gamma - 2\beta\right\}$ ———		
$g_r > 0$ si $\lambda \in]\theta_1, \theta_2[$ si b est le grand axe	$g_r > 0$ si $\lambda \in]\theta_1, \theta_2[$ si b est le grand axe	$g_r \leqslant 0$ si b est le grand axe donc problème impossible

2° Hypothèse

$$g_r = \frac{1-\lambda^2}{\lambda^6}\{-\lambda^4 + c(\beta+\gamma)(1+\lambda^2)\}, \quad \text{où} \quad C = \frac{M^2}{a^6}\frac{32}{E^2\pi^2} \quad \text{est connu.}$$

Nous envisagerons ici le seul cas intéressant ou b *est la longueur du petit axe* car il correspond à une réduction de la quantité de matière quand on passe du cylindre circulaire au cylindre elliptique.

$$g_r' = \frac{1}{\lambda^6}\{-2\lambda[-\lambda^4 + c(\beta+\gamma)(1+\lambda^2)] + (1-\lambda^2)[-4\lambda^3 + 2c\lambda(\beta+\gamma)]\} -$$

$$-\frac{6}{\lambda^7}\{(1-\lambda^2)[-\lambda^4 + c(\beta+\gamma)(1+\lambda^2)]\},$$

$$g_r' = \frac{1}{\lambda^7}\{2\lambda^4[1 + c(\beta+\gamma)] - 6c(\beta+\gamma)\}.$$

La dérivée de g_r s'annule en $\lambda_2^4 = \frac{3c(\beta+\gamma)}{1+c(\beta+\gamma)}$.

Si $\frac{a^6}{M^2} \leqslant \frac{64}{E^2\pi^2}(\beta+\gamma)$, g_r reste positif sur $]0, 1[$

Si $\frac{a^6}{M^2} > \frac{64}{E^2\pi^2}(\beta+\gamma)$, g_r reste positif sur un intervalle $]0, \lambda_3[$ (λ_3 étant racine de g_r autre que 1 donc racine de $h(\lambda) = -\lambda^4 + c(\beta+\gamma)(1+\lambda^2)$ soit $\lambda_3^2 = \frac{c(\beta+\gamma) + \sqrt{c^2(\beta+\gamma)^2 + 4c(\beta+\gamma)}}{2} < 1$ donc $\lambda_3 < \sqrt{\eta}$).

En conclusion nous pouvons déterminer a, b et a' pour que $\left|\frac{1}{\rho}\right|_2$ elliptique soit inférieur à $\left|\frac{1}{\rho}\right|_2$ circulaire : pour un même matériau et un même couple appliqué, la déformation est inférieure pour le cylindre elliptique.

4.2. Évaluation des divers gains en $x_3 = 0$

Les quantités étudiées dépendant du couple donné M et des dimensions de la section droite, il est difficile d'en donner une évaluation chiffrée. Nous pouvons néammoins dire que

a) les poutres donnant les meilleurs résultats pour g_e et g_c [(M, a, b) ou (M, a') étant connus] seront celles constituées de „polystyrène".

b) M et λ étant fixés, nous pouvons déterminer le matériau donnant la plus grande valeur à g_r.

1° Hypothèse $0 < \lambda^2 < \theta_2$,

$$g_r = (1 - \lambda^2)\left\{1 + \frac{M^2}{S^3}\lambda^2\left[\frac{32\,\pi\beta}{E^2}\lambda^2(1 + \lambda^2) - \frac{3\pi\gamma}{E^2}\right]\right\},$$

(voir le tableau 2).

Corps	cuivre	acier	armcoacier	Mg tooling plate	0,4% carbon steel	austenic steel	2,5% Ni Cr Mo steel	polystyrène
$\frac{32\beta}{E^2\pi^2} + \frac{32\delta}{E^2\pi^2}$	0,04175	0,01015	0,00846	0,19509	0,00746	0,01373	0,00746	25,572

2° Hypothèse. $0 < \lambda^2 < 1$ ou $0 < \lambda^2 < \lambda_3^2$,

$$g_r = \frac{1-\lambda^2}{\lambda^6}\left\{-\lambda^4 + \frac{M^2}{a^6}(1 + \lambda^2)\left[\frac{32\,\beta}{E^2\pi^2} + \frac{32\,\gamma}{E^2\pi^2}\right]\right\},$$

On s'apercoit que dans la première hypothèse envisagée, g_r sera le plus grand si les poutres sont constituées de „0,4% carbon steel" ou de „2,5% Ni Cr Mo steel" tandis qu'il sera le plus grand pour les poutres en „polystyrène" dans la seconde hypothèse.

c) Nous allons maintenant étudier les quantités g_r pour déterminer s'il existe une valeur de λ ou elles sont maximum.

1° Hypothèse. $0 < \lambda^2 < 1$.

$g_r = (1 - \lambda^2)f(\lambda)$ avec $f(\lambda)$ positive et décroissante sur $]0, \lambda_0[\subseteq]0, 1[$ $(1 - \lambda^2)$ sur ce même intervalle est décroissant donc g_r est décroissant et sa valeur maximum est obtenue pour λ^2 voisin de zéro c'est à dire b petit

1° Hypothèse. $1 < \lambda^2 < \theta_2 < \eta$, $f(\lambda_1) < 0$,

$$g_r' = 2\lambda\{-1 - A\gamma + 2A\lambda^2(\beta + \gamma) - 4A\beta\lambda^6\}.$$

Tableau 2

	$\frac{32\pi\gamma}{E^2}$	$\frac{32\pi\beta}{E^2}\lambda^2(1+\lambda^2)$ avec					$\frac{32\pi\beta}{E^2}\lambda^2(1+\lambda^2) - \frac{32\pi\gamma}{E^2}$ avec				
		$\lambda^2=\frac{1}{3}$	$\lambda^2=\frac{1}{2}$	$\lambda^2=\frac{2}{3}$	$\lambda^2=2$	$\lambda^2=4$	$\lambda^2=\frac{1}{3}$	$\lambda^2=\frac{1}{2}$	$\lambda^2=\frac{2}{3}$	$\lambda^2=2$	$\lambda^2=4$
Cuivre	1,266	0,0117	0,0197	0,0292	0,1578	0,5260	−1,2543	−1,2463	−1,2368	−1,1082	−0,740
Acier	0,306	0,0033	0,0057	0,0085	0,0432	0,1540	−0,3027	−0,3003	−0,2975	−0,2428	− 0,152
Armco acier	0,253	0,0035	0,006	0,0088	0,048	0,160	−0,2495	−0,247	−0,2442	−0,205	− 0,093
Mg tooling plate	5,835	0,0087	0,149	0,220	1,1922	3,974	−5,7463	−5,686	−5,615	−4,6428	− 1,861
0,4 % carbon steel	0,223	0,0035	0,006	0,0088	0,048	0,160	−0,2195	−0,217	−0,2142	−0,175	− 0,064
Austenic steel	0,414	0,0045	0,0076	0,0117	0,0612	0,204	−0,4095	−0,4064	−0,4023	−0,3528	− 0,210
2,5% Ni Cr Mo steel	0,223	0,0035	0,006	0,0088	0,048	0,160	−0,2195	−0,217	−0,2142	−0,175	− 0,063
Polystyrène	760,532	213,968	23,384	34,643	187,074	623,580	−746,564	−737,148	−725,889	−573,458	−134,952

Pour étudier le signe de g_r', nous considérons la fonction

$$k(\lambda) = -1 - A\gamma + 2A\lambda^2(\beta+\gamma) - 4A\beta\lambda^6.$$

$$k'(\lambda) = 4A\lambda[(\gamma+\beta) - 6\beta\lambda^4] \text{ s'annule si } \lambda^4 = \frac{\gamma+\beta}{6\beta} > 1.$$

Comparons cette valeur de λ avec $\lambda_1^2 = \frac{1}{3}\left[-1 + \sqrt{1+\frac{3\gamma}{\beta}}\right]$. Nous avons

$$\sqrt{\frac{\gamma+\beta}{6\beta}} < \frac{1}{3}\left[-1 + \sqrt{1+\frac{3\gamma}{\beta}}\right]$$

car ceci entraine $\frac{9\gamma^2}{\beta^2} - 42\frac{\gamma}{\beta} - 5 > 0$ soit $\frac{\gamma}{\beta} > 5$.

Dans notre problème $\frac{\gamma}{\beta} > 24$ donc l'inégalité précédente est vérifiée.

On a $g_r' = -2\lambda f(\lambda) + (1-\lambda^2)f'(\lambda)$ donc $g_r'(\lambda_1) = -2\lambda_1 f(\lambda_1) > 0$ soit $k(\lambda_1) > 0$ (on le vérifie car $k(\lambda_1) = -1 - \frac{A\gamma}{3} - \frac{2A\beta}{27} + 2A\sqrt{1+\frac{3\gamma}{\beta}}\left(\frac{\beta}{27}+\frac{\gamma}{9}\right)$ et ceci est positif si $A > 27\Big/\left[2\sqrt{1+\frac{3\gamma}{\beta}}(3\gamma+\beta) - (3\gamma+2\beta)\right]$ condition imposée pour que $f(\lambda_1)$ soit négative).

On a de plus $k(\sqrt{\eta}) = -1 - A\gamma - 2A(\beta+\gamma)\sqrt{\frac{\beta+\gamma}{\beta}} < 0$.

Dans ce cas g_r *sera maximum pour* λ *racine de* $k(\lambda)$ *définie par*

$$-1 - A\gamma + 2A\lambda^2(\gamma+\beta) - 4A\beta\lambda^6 = 0, \quad \lambda^2 > 1.$$

2° Hypothèse. $0 < \lambda^2 < 1$.

Nous avons vu que g_r était décroissant sur $]\,0,\ \lambda_3[\subseteq]\,0,\ 1\,[$ donc sa *valeur maximum* sera obtenue pour λ^2 voisin de zéro soit *b petit.*

4.3. Résultats valables pour $x_3 \neq 0$

Les divers gains envisagés resteront positifs si x_3^2 vérifie certaines inégalités

g_e et g_c sont positifs si $\begin{cases} x_3^2 < 4[\gamma a^2 + \beta(a^2 - b^2)], \\ x_3^2 < 4\gamma a'^2. \end{cases}$

De même g_r (2° hypothèse) est positif si

$$x_3^2 < 4(\beta+\gamma) - \frac{a^6\lambda^4}{8(1+\lambda^2)}\frac{E^2\pi^2}{M^2}, \quad 0 < \lambda^2 < 1.$$

Pour g_r (1° hypothèse) nous voyons que si $0 < \lambda^2 < 1$, il reste positif quel que soit x_3 compatible avec le développement mais si $1 < \lambda^2 < \eta$ il ne sera positif que pour

$$x_3^2 < \frac{4S\gamma}{\pi(1+\lambda^2)} - \frac{4\,\beta S\lambda^2}{\pi} - \frac{S^4 E^2}{8\pi^2\lambda^2(1+\lambda^2)}.$$

x_3^2 se trouve donc majoré par des quantités de l'ordre du diamètre de la section droite mais x_3 est aussi majoré par la longueur de la poutre (d'ailleurs très supérieure au diamètre) et par un critère d'élasticité. Nous prendrons donc x_3^2 inférieur à la plus petite de ces trois valeurs.

5. Étude des transformées des sections droites du cylindre

Considérons une section droite qui, dans l'état naturel, se trouve dans le plan $x_3 = a$. Après déformation, un point de ce plan a pour coordonnées

$$\begin{cases} y_1 = x_1 + \dfrac{\varepsilon}{2}\dfrac{S}{I}\sigma(x_1^2 - x_2^2) - \varepsilon^2\dfrac{S^2}{I^2}x_1\dfrac{a^2}{2} + \dfrac{\varepsilon}{2}\dfrac{S}{I}a^2 + U_1\dfrac{x_1^2}{3} + \\ \qquad + V_1 x_1 x_2^2 - W_1 x_1, \\ y_2 = x_2 + \varepsilon\dfrac{S}{I}\sigma x_1 x_2 + U_2 x_1^2 x_2 + V_2\dfrac{x_2^3}{3} + W_2 x_2, \\ y_3 = a + \varepsilon\dfrac{S}{I}a\left[-x_1 - \varepsilon\dfrac{S}{I}\dfrac{\sigma}{2}(x_1^2 - x_2^2)\right] - \varepsilon^2\dfrac{S^2}{I^2}\dfrac{a^3}{6} + \\ \qquad + \left(\varepsilon^2\dfrac{S^2}{I^2}\dfrac{h_4}{E} - \dfrac{\sigma}{E}c_1\right)a. \end{cases}$$

Les quantités U_1, V_1, W_1, U_2, V_2, W_2, c_1 sont en fait homogènes en ε^2 [1]. Si nous éliminons $x_1 + \varepsilon\dfrac{S}{I}\dfrac{\sigma}{2}(x_1^2 - x_2^2)$ entre y_1 et y_3 en respectant l'approximation du problème, nous obtenons

$$y_3 = a - \varepsilon\frac{S}{I}ay_1 + \varepsilon^2\frac{S^2}{I^2}\frac{a^3}{3} + \left(\varepsilon^2\frac{S^2}{I^2}\frac{h_4}{E} - \frac{\sigma}{E}c_1\right)a.$$

La section droite se trouve donc après déformation dans un plan. Dans le cas linéaire, nous savons que la section transformée est située dans le plan $y_3 = a\left(1 - \varepsilon\dfrac{S}{I}y_1\right)$: l'effet du second ordre ne modifie pas la direction du plan transformé mais sa distance à $x_3 = 0$. La théorie de l'élasticité classique donne donc une bonne évaluation de la déformation, l'hypothèse „section plane transformée en section plane" restant vraie si on conserve les termes du second ordre.

6. Conclusions

Si nous étudions la transformée de la ligne neutre du cylindre, nous remarquons qu'en $x_3 = 0$,

a) les termes du second ordre montrent que les déformations réelles sont inférieures à celles données par l'approximation linéaire ;

b) la déformation étant inférieure, il est préférable d'utiliser des cylindres à base elliptique d'autant plus que, dans le cas ou b est la longueur du petit axe, on gagne sur la masse de la poutre.

Ces propriétés restent de plus valables dans tout un voisinage de $x_3 = 0$.

Reçue le 21 juin 1973

Université de Reims, France

BIBLIOGRAPHIE

1. Toupance N., C. R. Acad. Sc. Paris, **273**, 122–125 (12 juillet 1971).
2. Rivlin R. S., J. Rat. Mech. Anal., **2**, 53–81 (1953).
3. Murnaghan F. D., *Finite Deformation of an Elastic Solid*, John Wiley and Sons, 1951.
4. Hughes D. S., Kelley J. L., Phys. Rev., **92**, 1 145–1 149 (1953).
5. Smith R. T., *Third-order Elastic Constants of Solids from Ultrasonic Velocity Measurements.* Proceedings of the Conference of Acoustics of Solid Media, 1966.
6. Yu J. C. M., Int. J. Non linear Mechanics, **6**, 263–270 (1971).

STUDIUL EFECTELOR DE ORDINUL DOI LA DEFORMAȚIILE CILINDRILOR CU SECȚIUNE ELIPTICĂ SUPUȘI LA ÎNCOVOIERE SIMPLĂ

(Rezumat)

Pe baza unor cercetări anterioare asupra deplasării de ordinul doi pentru problema flexiunii simple a cilindrilor eliptici constituiți din materiale hiperelastice, compresibile și izotrope în stare nedeformată și utilizînd valorile experimentale ale unor constane determinate pentru anumite materiale, se studiază deformația liniei neutre a cilindrului și în special corecția pe care o aduc termenii de ordinul doi la legea lui Bernoulli. Se studiază, de asemenea, transformatele secțiunilor drepte în scopul eventualelor modificări ale ipotezei lui Bernoulli.

Se conchide că termenii de ordinul doi arată că deformațiile reale sînt inferioare celor date de aproximația liniară ; în consecință, este preferabilă utilizarea cilindrilor eliptici, cu atît mai mult cu cît, în cazul în care b este lungimea axei mici, rezultă un cîștig în ceea ce privește masa. Proprietățile rămîn valabile în toată vecinătatea liniei neutre ($x_3 = 0$).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3—4, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 621.822.6

EXPERIMENTAL STUDIES ON S_2Mo ADDED LUBRICANTS FOR BEARINGS [1])

BY

N. G. POPINCEANU, M. D. GAFIŢANU, L. T. HOSTIUC and SPIRIDON CREŢU

1. Introduction

The authors have proposed to themselves to establish by experimental researches, if the addition of molybdenum disulphide (S_2Mo) to some lubricants used frequently for bearings greasing has a favourable effect on their life.

There are presented the results of the tests made on 42 groups of ball bearings which have operated in the same conditions of load, revolution speed, temperature and humidity, but in different conditions of lubrication: thus 12 types of oils and 9 types of greases have been tested, two groups of bearings for each type of lubricant, namely:

1° 3 types of mineral oil without additives: A, B and C, defined by the physical and chemical characteristics from Table 1;

Table 1

Physical and chemical characteristics of the A, B, C, D and E mineral oils

Characteristics	A*)	B	C	D	E
Density at 15°C	0.905	0.902	0.925	0.887	0.915
Ignition point, °C	195	224	180	155	190
Viscosity at 50°C, °E	5.2	14.5	5	1.7	5.5
Dean Davis index	90	90	60	60	60
Oil type	paraffinic		naphthenic	naphtheno-paraffinic	

*) The A, B, C, D and E mineral oils correspond to 405, 419, 105, 302 and 305 oils [4] rspectively.

[1]) This paper was submitted to the International Conference on „Limits of Lubrication", July 9—13, London, 1973.

2° 9 types of oil with S_2Mo added as additive, derived from A, B and C oils, with symbols A—025, A—075, A—150, B—025, B—075, B—150, C—025, C—075 and C—150 ; the meaning of these symbols being : A—025= =type A oil + 0.25% S_2Mo, A—075=type A oil +0.75% S_2Mo, etc ;

3° 3 types of grease without additives : U, V and W, defined by the physical and chemical characteristics from Table 2;

Table 2

Physical and chemical characteristics of the U, V and W greases

Characteristics	U	V	W
Dropping point, °C	105	176	140
Penetration, at 25°C, mm	249	211	230
Soap	calcium	sodium	calcium + sodium
Basic mineral oil	D + E	D + E	C

4° 6 types of grease with S_2Mo added as additive, obtained on the basis of U, V and W greases, with the symbols U—2, U—5, V—2, V—5, W—2 W—5 ; the figure from the symbol representing the additive percentage.

The influence of the lubricants S_2Mo added upon the bearing life was estimated by comparison to the life of the bearing groups lubricated with the respective lubricant without additives, (i. e. the effect of W—2 W—5 greases was estimated by comparison with W type grease).

2. Experimental Testes

Special designed and constructed machines for testing bearings have been used (MIR—6308), [2]. There were also used radial ball bearings 6308, with $d = 40$ mm, $D = 90$ mm, $B = 23$ mm, $Z = 8$ balls and dynamic capacity $C = 32\,000$ N, [5]. The tested bearings have been constructed in identical conditions, from the same steel batch.

The parameters of the testing operation, constant for all tested bearings with oil and with grease respectively, are presented in Table 3.

Table 3

Testing operation parameters

Parameters	Lubricant	
	Oil	Grease
Radial load (N)	15 000	12 000
Revolution speed (S^{-1})	150	300
Inner ring temperature (°C)	45 + 3	75 ± 3
Relative humidity of the atmosphere (%)	63—81	
No. of bearings from group	24	

A quick testing method was used [3], considering that 8 pitting damaged bearings (33% from the total number of bearings from the group) are suficient for the group life estimation; the life curve [1] of the tested groups, represented in double logarithm coordinates, determines the Weibull slope e and the $L_{0.9}$ and $L_{0.7}$ lives, corresponding to the damage probabilities $P = 0.1$ and $P = 0.3$ respectively; for example, in Fig. 1 are presented the life curves of the 11 and 18 groups lubricated with V—5 grease. In Table 4 are presented the values, geometrical means, obtained for $L_{0.9}$, $L_{0.7}$ and e of the tested groups.

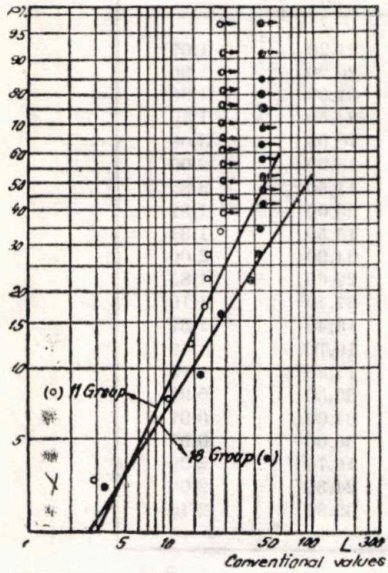


Fig. 1.—The life curves of the groups lubricated with V—5 type grease.

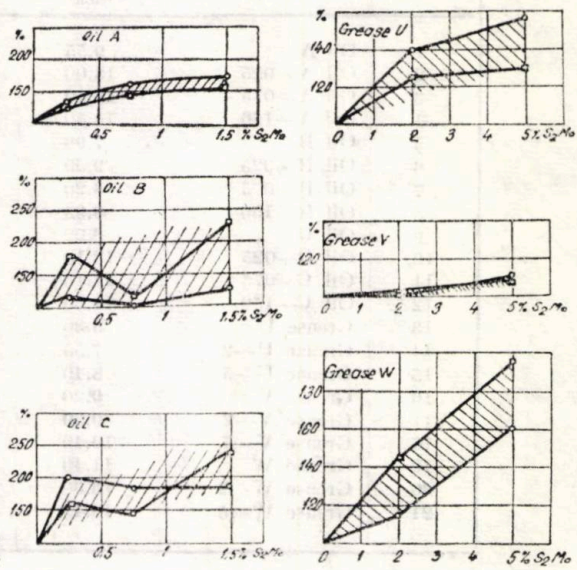


Fig. 2.—The influence of S_2Mo on the life increasing of the tested bearings, for the lubricants without additives: A, B, C, U, V, W, in % ($\circ - L_{0.9}$, $\square$ $L_{0.7}$).

3. Conclusions

The estimation concerning the lubricants influence upon the bearings life are, refer to the $L_{0.9}$ and $L_{0.7}$ values, presented comparatively in Fig. 2, in percentages of the $L_{0.9}$ and $L_{0.7}$ lives of the lubricant without additives, for the 21 types of tested lubricants.

The following remarks can be made:

A. The addition of S_2Mo as additive to the A and B oils has a well out lived positive influence, which, in the studied field, leads to an increasing of the life up to 50% and 80% respectively;

B. For the C type oil the increasing of the life in the studied range arrives on the average at 120%;

C. We can see the more pronounced influence of the S_2Mo on the naphthenic oil (C type) than on the paraffinic oils (A and B);

D. The U—2 and U—5 greases ensure an increase of the bearings life on an average of 30% and 42% respectively, versus U type grease;

Table 4

The experimental results of the life tests for the bearing groups lubricated with oil and grease

Ref. no.	Lubricant	Life conventional units		Weibull slope, e
		$L_{0.9}$	$L_{0.7}$	
1	Oil A	9.55	21.20	1.67
2	Oil A—025	13.00	26.20	1.90
3	Oil A—075	15.10	31.00	1.80
4	Oil A—150	16.50	34.50	1.70
5	Oil B	7.96	10.05	5.00
6	Oil B—025	9.50	18.00	2.00
7	Oil B—075	8.20	11.50	3.82
8	Oil B—150	9.95	23.00	1.82
9	Oil C	6.02	15.50	1.34
10	Oil C—025	13.10	24.90	2.00
11	Oil C—075	11.10	22.60	1.85
12	Oil C—150	11.30	37.40	1.10
13	Grease U	5.30	13.40	1.37
14	Grease U—2	7.55	16.70	1.49
15	Grease U—5	8.40	17.40	1.76
16	Grease V	9.20	33.50	0.93
17	Grease V—2	9.30	34.00	0.97
18	Grease V—5	10.40	36.00	0.98
19	Grease W	11.40	16.70	2.29
20	Grease W—2	13.30	24.30	2.06
21	Grease W—5	18.40	32.80	2.40

E. The V—2 and V—5 greases ensure an increase of the life on an average of 1.5% and 7% respectively versus the V type grease;

F. The different behaviour of the U—2 and U—5 greases versus the V—2 and V—5 greases especially their effects upon the bearings life could be connected with the different used basic soaps: calcium and sodium respectively, the basic mineral oil being the same: D + E naphthenic - paraffinic oil;

G. The W—2 and W—5 greases ensure an increase of the bearings life on an average of 30% and 76% respectively:

H. The addition of S_2Mo to the W type grease is the most efficient, as compared to the addition to the U and V types greases; this can be connected with the remark „C", because the basic mineral oil of the W grease is the C oil;

I. During the tests the authors have had also in view the failure phenomena.

The addition of S_2Mo has influenced the percentage of the damage distributions on the two rings of the bearings, in the sense that the inner ring damage number decreased; knowing that the operation temperature

of the inside ring is higher than that of the external ring, the phenomenon can be explained by the influence of the S_2Mo; the higher the rolling contact temperature is the more favourable this influence is.

Received July 2, 1973

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Machine Design

REFERENCES

1. Johnson L. G., *The Statistical Treatment of Fatigue Experiments.* Elsevier Publishing Co., New-York, 1964.
2. Popinceanu N. G., Gafiţanu M. D., Hostiuc L. T., *The Effect of Grease Type on Rolling Bearing Fatigue Life.* Wear, *18* (1971), Elsevier Sequoia, S. A., Lausanne.
3. Popinceanu N. G., Gafiţanu M. D., *Contributions concernant les méthodes nouvelles pour l'essai des roulements.* (I. II, III), Bul. Inst. polit. Iaşi, XIII (XVII), *1—2, 3—4* (1967).
4. Popinceanu N. G., Gafiţanu M. D., Năstase H., Diaconescu E. N., Creţu S. S., *A Study of Rolling Bearing Fatigue Life with Mineral Oil Lubrication.* Wear, *22* (1972), Elsevier Sequoia, S. A., Lausanne.
5. * * * *Catalog de Rulmenţi.* Nr. 005, MICM — România.

CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA UNOR LUBRIFIANŢI ADITIVAŢI CU S_2Mo ÎNTREBUINŢAŢI PENTRU UNGEREA RULMENŢILOR

(Rezumat)

Se prezintă rezultatele încercărilor efectuate pe 42 loturi de rulmenţi cu bile în condiţiile ungerii cu 21 tipuri de lubrifiant, 12 uleiuri minerale şi 9 unsori consistente.

Se apreciază cantitativ, în %, sporul de durabilitate al rulmenţilor obţinut la loturile unse cu lubrifiant aditivat cu S_2Mo, faţă de durabilitatea loturilor ce au funcţionat cu lubrifiant neaditivat.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3—4, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.D. 621.9.01

CONSIDÉRATIONS AU SUJET DE QUELQUES FONCTIONS ORIGINAL, COMBINAISONS DE FONCTIONS ORIGINAL ET EXEMPLES D'APPLICATION DE CELLES-CI

PAR

C. PICOŞ et HORIA VERTAN

0. Introduction

La solution de certains problèmes théoriques et pratiques est reliée à la méthodologie d'approche et à l'instrument mathématique utilisé.

Le présent ouvrage est le résultat d'une synthèse des articles et des communications, relatifs à la possibilité de déterminer une relation analytique unitaire des différents profils rencontrés fréquemment dans l'industrie.

1. Les fonctions original utilisées

On considère un plan complexe (fig. 1). Prenant pour point de départ l'intégrale Bromwich-Wagner

$$I(t) = \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} f(\zeta, t)\, d\zeta \tag{1}$$

sur une ligne droite $x = a$, où $a > 0$ et t réel.

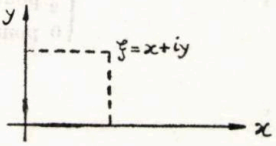


Fig. 1

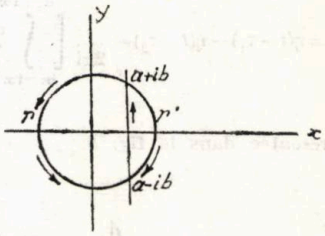


Fig. 2

On considère un cercle au centre à l'origine et de rayon $r > a$ (fig. 2).

Au cas où $f(\zeta, t) = \dfrac{e^{t\zeta}}{\zeta}$ et pour $t > 0$, avec les notations du fig. 2 on obtient :

$$(3)\qquad \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{e^{t\zeta}}{\zeta}\,d\zeta + \int_{\Gamma} \frac{e^{t\zeta}}{\zeta}\,d\zeta = 2\pi i \text{ résidu } f(0,\ t) = 2\pi i,$$

d'où l'on peut définir la fonction unité :

$$(4)\qquad \eta(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{e^{t\zeta}}{\zeta}\,d\zeta = \begin{cases} 0 & \text{pour } t<0, \\ \frac{1}{2} & \text{pour } t=0, \\ 1 & \text{pour } t>0, \end{cases}$$

avec t réel.

La fonction (4), considérée comme la plus simple fonction original, est représentée dans la fig. 3.

Si à $\eta(t)$ l'on remplace t avec $(t-\tau_1)$ où τ_1 est une constante, on obtient conformément au théorème du retard, la fonction :

$$(5)\qquad \mu(t_1\,\tau_1) = \eta\ (t-\tau_1) = \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{e^{(t-\tau_1)\zeta}}{\zeta}\,d\zeta = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < \tau_1\,, \\ \frac{1}{2} & \text{pour } t = \tau_1\,, \\ 1 & \text{pour } t > \tau_1\,, \end{cases}$$

Cette fonction est représentée dans la fig. 4.

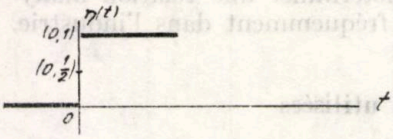


Fig. 3

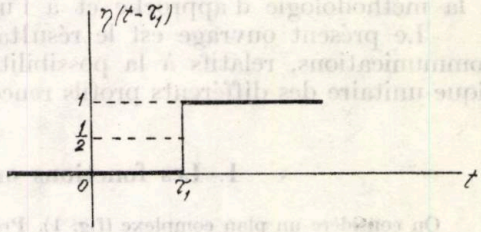


Fig. 4

Par une combinaison linéaire de fonctions de la forme (5), en considérant deux constantes τ_1 et τ_2 (où $\tau_1 < \tau_2$) on obtient la fonction échelle unitaire :

$$(6)\quad T(t,\tau_1,\tau_2) = \eta(t-\tau_1) - \eta(t-\tau_2) = \frac{1}{2\pi i}\left[\int_{a_1-i\infty}^{a_1+i\infty} \frac{e^{(t-\tau_1)\zeta}}{\tau}\,d\zeta - \int_{a_2-i\infty}^{a_2+i\infty} \frac{e^{(t-\tau_2)\zeta}}{\zeta}\,d\zeta\right] = \begin{cases} 0 \text{ pour } t < t_1\,, \\ \frac{1}{2} \text{ pour } t = \tau_1, \\ 1 \text{ pour } \tau_1 < t < \tau_2, \\ \frac{1}{2} \text{ pour } t = \tau_2, \\ 0 \text{ pour } t > \tau_2, \end{cases}$$

qui est représentée dans la fig. 5.

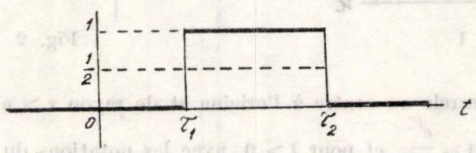


Fig. 5

L'expression (6) permet d'obtenir une expression plus générale :

$$T(t, \tau_{2j+1}, \tau_{2j+2}) = \sum_{j=0}^{k} [\eta(t - \tau_{2j+1}) - \eta(t - \tau_{2j+2})] =$$

$$(7) \quad = \frac{1}{2\pi i} \sum_{j=0}^{k} \left[\int_{a_1 - i\infty}^{a_1 + i\infty} \frac{e^{(t-\tau_{2j+1})\zeta}}{\zeta} d\zeta - \int_{a_2 - i\infty}^{a_2 + i\infty} \frac{e^{(t-\tau_{2j+2})\zeta}}{\zeta} d\zeta \right] = \begin{cases} 0 \text{ pour } t < \tau_1, \\ \frac{1}{2} \text{ pour } t = \tau_{2j+1}, \\ 1 \text{ pour } \tau_{2j+1} < t < \tau_{2j+2}, \\ \frac{1}{2} \text{ pour } t = \tau_{2j+2}, \\ 0 \text{ pour } \tau_{2j+2} < t < \tau_{2j+3}. \end{cases}$$

On constate que l'expression (7) détermine dans un système des coordonnées $T(t, \tau_{2j+1}, \tau_{2j+2})$; t — une variation correspondant à une répétition de k fois de la fonction échelle unitaire (fig. 6).

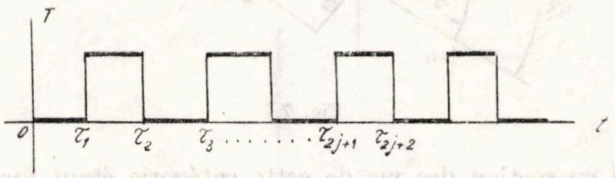


Fig. 6

Ceci représente en fait une fonction périodique avec une succession déterminée d'échelles.

Au cas où, pour la relation (7) les conditions sont respectées :

$$(8) \quad \begin{aligned} \tau_{2j} - \tau_{2j-1} &= \text{constant} = C_1, \\ \tau_{2j+1} - \tau_2 &= \text{constant} = C_2, \end{aligned}$$

on obtient une succession à retard constant des échelles. Beaucoup des profils périodiques rencontrés couramment en pratique ont le pas variable, et dans ce cas les conditions ci-dessus prendront la forme :

$$(9) \quad \begin{aligned} \tau_{2\,j+1} - \tau_{2j} &= \text{constant}, \\ \tau_{2j+2} - \tau_{2j+1} &= \tau_{2j} - \tau_{2j-1} \pm \Delta\tau, \end{aligned}$$

où $\Delta\tau$ = constant, si l'on prévoit entre les périodes un accroissement (décroissement) uniforme du pas.

Dans d'autres situations, la loi de la variation du pas détermine des relations correspondant aux retards spécifiques du profil.

1.1. Applications dans la construction des machines

On considère la stabilité des relations unitaires qui décrivent les contours des sections transversales et axiales à travers les vis.

En ce cas on distingue plusieurs cas caractéristiques, dont nous mentionnons :

a) pièces filetées à grand pas et à commencements multiples ;
b) pièces filetées à pas normal ;
c) pièces filetées à pas variable.

Le profil de la première catégorie de pièces pourra être exprimé plus simplement en section transversale (fig. 7).

À cet effet, l'on prendra en considération les éléments géométriques qui composent le profil de la nervure, de la manière suivante : segment de droite $A_0 B_0$; arc de cercle $B_0 C_0$; segment de droite $C_0 D_0$; arc de cercle $D_0 A_1$.

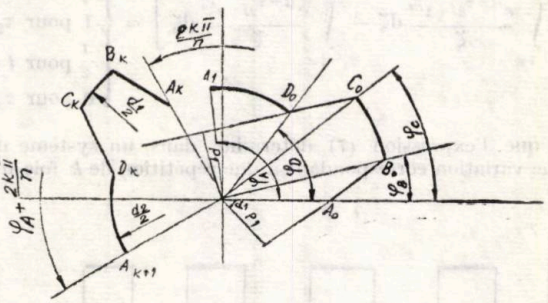


Fig. 7

Le profil en section des vis de cette catégorie étant formé par répétition périodique de la nervure, il sera déterminé par le nombre de commencements puisque celui-ci est égal au nombre des spirales.

En conséquence, en utilisant les équations pour les droites comprenant les éléments du profil,

$$r_{tk} = \frac{P_1}{\cos\left[\varphi - \left(\alpha_1 + \frac{2k\pi}{n}\right)\right]} \tag{10}$$

et pour les cercles sur lesquels se trouvent situés les arcs de cercle du profil considéré,

$$r_{2,4} = \frac{d_{1,2}}{2}, \tag{11}$$

l'on peut obtenir facilement l'équation générale du contour de la section.

À cet effet, il faudra considérer les relations déterminées par la somme des produits,

$$r_{\mathrm{I}} = \sum_{k=0}^{n-1} r_{1k}\, T\left(\varphi_A + \frac{2k\pi}{n},\ \varphi_B + \frac{2k\pi}{n}\right), \tag{12}$$

qui représente l'équation de tous les éléments de profil formés des segments notés par $A_k B_k$,

$$r_{\mathrm{II}} = \sum_{k=0}^{n-1} r_2\, T\left(\varphi,\ \varphi_B + \frac{2k\pi}{n},\ \varphi_C + \frac{2k\pi}{n}\right), \tag{13}$$

qui exprime la totalité des arcs $B_k C_k$ situés sur le cercle extérieur,

$$(14) \qquad r_{III} = \sum_{k=0}^{n-I} r_{3k}\, T\left(\varphi,\ \varphi_C + \frac{2k\pi}{n},\ \varphi_D + \frac{2k\pi}{n}\right)$$

correspondant aux segments $C_k D_k$, et

$$(15) \qquad r_{IV} = \sum_{k=0}^{n-1} r_{4k}\, T\left(\varphi,\ \varphi_D + \frac{2k\pi}{n},\ \varphi_A + \frac{2k\pi}{n}\right)$$

pour les arcs $D_k A_{k+1}$, compris dans le cercle intérieur du profil.

La somme des éléments du profil exprimée par la forme :

$$(16) \qquad R = r_I + r_{II} + r_{III} + r_{IV}$$

représentera l'équation du contour tout entier de la section considérée.

On constate que pour les points limite (de frontière) caracterisés par les valeurs $\varphi = \frac{2k\pi}{n}$; $\varphi = \varphi_B + \frac{2k\pi}{n}$; $\varphi = \varphi_C + \frac{2k\pi}{n}$; $\varphi = \varphi_D + \frac{2k\pi}{n}$; $\varphi = \varphi_A + \frac{2k\pi}{n}$, on obtient les valeurs $R_1' = \frac{1}{2} r_{1k}$; $R_2' = \frac{1}{2} r_{2k}$; $R_3' = \frac{1}{2} r_{3k}$; $R_4' = \frac{1}{2} r_{4k}$, conformément à la fonction échelle unitaire utilisée.

Mais comme dans les mêmes points, les rayons correspondant aux éléments de profil voisins auront les mêmes valeurs, à savoir $R_1'' = \frac{1}{2} r_{1k}$; $R_2'' = \frac{1}{2} r_{2k}$; $R_3'' = \frac{1}{2} r_{3k}$; $R_4'' = \frac{1}{2} r_{4k}$, il résulte de leur somme, conformément à la relation générale, que dans ces points le profil est caractérisé par les rayons :

$$R_1 = r_{2k} \ldots R_4 = r_{4k}.$$

En considérant le cas des pièces à pas normal, pour exprimer le profil du filet, on prendra en considération la section axiale, pour laquelle on écrira les équations géométriques des éléments du profil.

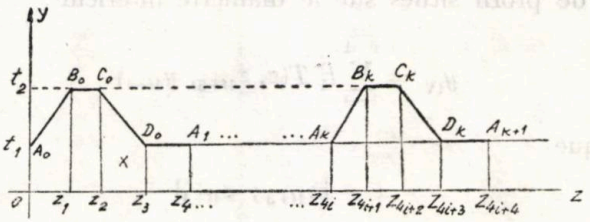


Fig. 8

Lorsqu'il s'agit d'un filet trapézoidal (fig. 8), les fonctions qui correspondent aux équations géométriques des éléments du profil dans la section axiale seront :

$$y = m_k z + n_k$$

pour la droite comprenant le segment $A_k B_k$;

$$y = t_2$$

pour le droite comprenant le segment $B_k C_k$;

$$y = m'_k z + n'_k$$

pour la droite comprenant le segment $C_k D_k$;

$$y = t_1$$

pour la droite comprenant le segment $D_k A_{k+1}$.

À partir de ces équations, l'on obtiendra les expressions des éléments de profil par leur multiplication avec une fonction original de la forme (7).

On obtient alors les relations :

$$y_{\mathrm{I}} = \sum_{k=0}^{p-1} (m_k z + n_k)\, T(z,\ z_{4i},\ z_{4i+1}), \tag{17}$$

à condition que

$$z \in (z_{4i}\ ;\ z_{4i+1}], \tag{18}$$

pour $i = 0$, $p =$ le nombre de pas du filet pour les éléments de profil déterminés du segment $A_k\, B_k \ldots D_k\, A_{k+1}$;

$$y_{\mathrm{II}} = \sum_{k=0}^{p-1} t_2\, T(z,\ z_{4i+1},\ z_{4i+2}) \tag{19}$$

pour les éléments de profil situés sur le diamètre extérieur,

$$y_{\mathrm{III}} = \sum_{k=0}^{p-1} (m'_k z + n'_k)\, T(z,\ z_{4i+2},\ z_{4i+3}) \tag{20}$$

pour les éléments de profil représentés par les segments $C_k D_k$; et pour les éléments de profil situés sur le diamètre intérieur :

$$y_{\mathrm{IV}} = \sum_{k=0}^{p-1} t_1\, T(z, z_{4i+3}, y_{4i+4}) \tag{21}$$

à condition que

$$z \in [z_{4i+3}\ ;\ z_{4i+4}] \tag{22}$$

pour $i = p$, c'est-à-dire pour le dernier segment.

La somme de ces relations exprimera intégralement et exclusivement le contour de la section considérée, sous la forme :

$$y = \sum_{k=\mathrm{I}}^{\mathrm{IV}} y_k\ . \tag{23}$$

Remarque. L'inconvénient de cette manière de présentation est constitué par l'inclusion des conditions (18) et (22), qui élimine la valeur théorique du profil, obtenue à l'aide de la relation générale (23) aux points extrêmes (le commencement et la fin du profil en question).

Pour éliminer ces conditions, puisque nous avons besoin des valeurs aux points où commence et finit le profil, on introduit une autre forme originale, semblable à une fonction Dirac $\delta(t) = \eta'(t)$.

Les propriétés de la fonction $\delta(t)$ nous indiquent que celle-ci ne représente pas une fonction ordinaire du point de vue de l'analyse classique.

Nonobstant le formalisme relatif à l'utilisation de la fonction δ, on peut simplifier et justifier les différents résultats obtenus tant dans le domaine de la physique, que dans celui des mathématiques appliquées aux diverses branches de la technique.

En un sens, formaliser veut dire conférer de la rigueur scientifique.

La fonction introduite a une valeur différente par rapport à la fonction δ de Dirac, dans un seul point $t = \tau_1$, où la fonction de Dirac tend vers l'infini, et où la valeur de la fonction considérée est égale à l'unité. Cette fonction, que nous notons avec $G(t\,;\,\tau_1)$, est obtenue en utilisant le produit de deux facteurs de la forme :

$$(24)\quad \eta(t-\tau) = \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{e^{(t-\tau)\zeta}}{\zeta}\,\mathrm{d}\zeta = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < \tau\,, \\ \frac{1}{2} & \text{pour } t = \tau\,, \\ 1 & \text{pour } t > \tau\,. \end{cases}$$

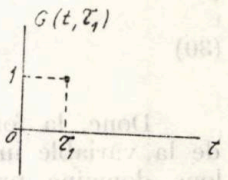


Fig. 9

Ainsi on obtient :

$$(25)\qquad G(t,\ \tau_1) = 4\eta(t-\tau_1)\eta\,(-t+\tau_1) = \begin{cases} 1 \text{ pour } t = \tau_1\,, \\ 0 \text{ pour } t \neq \tau_1\,, \end{cases}$$

dont le graphique est représenté dans la fig. 9.

2. Fonctions *E*

En procédant à une composition des fonctions ayant la forme (6) et (25), on introduit la fonction *E*.

Nous rappelons que (6) avait la forme suivante

$$T(x\,;\,x_1\,;\,x_2) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < x_1, \\ \frac{1}{2} & \text{pour } x = x_1, \\ 1 & \text{pour } x_1 < x < x_2, \\ \frac{1}{2} & \text{pour } x = x_2\,, \\ 0 & \text{pour } x > x_2, \end{cases}$$

et (25) :

$$G\,(x\,;\,x_1) = \begin{cases} 1 & \text{pour } x = x_1, \\ 0 & \text{pour } x \neq x_1, \end{cases}$$

$$(26)\quad E_{|x\in[x_1;\,x_2]|} = \frac{1}{2}G(x;x_1)+T(x;x_1;x_2)+\frac{1}{2}G(x;x_2) = \begin{cases} 1 \text{ pour } x\in[x_1;x_2], \\ 0 \text{ pour } x\in[x_1;x_2], \end{cases}$$

ou

$$(27)\quad E_{|x\in(x_1;\,x_2)|} = -\frac{1}{2}G(x;x_1)+T(x;x_1;x_2)-\frac{1}{2}G(x;x_2) = \begin{cases} 1 \text{ pour } x\in(x_1;x_2), \\ 0 \text{ pour } x\notin(x_1;x_2), \end{cases}$$

ou

$$(28)\quad E_{|x\in[x_1;\,x_2)|} = \frac{1}{2}G(x;x_1)+T(x;x_1;x_2)-\frac{1}{2}G(x;x_2) = \begin{cases} 1 \text{ pour } x\in[x_1;x_2), \\ 0 \text{ pour } x\notin[x_1;x_2), \end{cases}$$

ou

$$(29)\quad E_{|x\in(x_1;\,x_2]|} = -\frac{1}{2}G(x;x_1)+T(x;x_1;x_2)+\frac{1}{2}G(x;x_2) = \begin{cases} 1 \text{ pour } x\in(x_1;x_2], \\ 0 \text{ pour } x\notin(x_1;x_2]. \end{cases}$$

Définition. Toute fonction E peut être exprimée par la relation générale :

$$(30)\quad E_{|x\in D|} = \begin{cases} 1 & \text{pour } x\in D, \\ 0 & \text{pour } x\notin D. \end{cases}$$

Donc, la fonction $E_{|x\in D|}$ a une valeur égale à l'unité, pour valeurs de la variable indépendante appartenant au domaine D, que nous appelons „domaine principal", et valeur nulle pour des valeurs de la variable indépendante qui appartient au „domaine secondaire" c'est-à-dire, pour une valeur de la variable indépendante qui n'appartient pas au domaine principal D.

Donc, le domaine principal forme, avec le domaine secondaire, le domaine de définition Δ de la fonction E.

Le domaine secondaire forme l'ensemble complémentaire de l'ensemble D dans l'ensemble Δ.

Le domaine principal D peut être fermé comme à (26), ouvert comme à (27), ou fermé à un bout et ouvert à l'autre, comme à (28) et (29).

Si D se réduit à un point x_1, alors la fonction E $(x = x_1)$ est réduite à la fonction $G(x;x_1)$ comme à (25) :

$$E_{|x=x_1|} = G(x;x_1) = \begin{cases} 1 & \text{pour } x = x_1, \\ 0 & \text{pour } x \neq x_1. \end{cases}$$

Le domaine principal D peut être formé par la réunion de plusieurs domaines distincts D_i :

$$D = D_1 \cup D_2 \cup \ldots \cup D_n ;$$

ou peut être formé par l'intersection de plusieurs domaines D_j :

$$D = D_1 \cap D_2 \cap \ldots \cap D_n .$$

Si le domaine principal D d'une fonction E est un ensemble vide $\{0\}$, alors la fonction E est une fonction identique nulle :

$$E_{|x\in\{0\}|}\equiv 0.$$

2.1. Opérations avec les fonctions E

Égalité de deux fonctions E. Deux fonctions E sont égales quand elles ont des valeurs égales dans tout le domaine considéré.

Donc, pour avoir $E_{|x\in D_1|}=E_{|x\in D_2|}$ il est nécessaire et suffisant qu'il existe égalité des domaines principaux, c'est-à-dire $D_1=D_2$.

Addition avec une seule constante. On considère une seule fonction $E_{|x\in D|}$ définie par la relation (30) et une constante c ; leur somme est :

$$E_{|x\in D|}+c=\begin{cases}1+c & \text{pour } x\in D,\\ c & \text{pour } x\notin D.\end{cases} \tag{31}$$

Addition avec une certaine fonction $f(x)$. On considère une fonction $E_{|x\in D|}$ comme ci-dessus et une fonction $f(x)$ définie dans le domaine D_2 ; leur somme est :

$$E_{|x\in D_1|}+f(x)=\begin{cases}1+f(x) \text{ pour } x\in D_1\cap D_2:\\ f(x) \text{ pour } x\in D_2-D_1\cap D_2 \text{ c'est-àdire} \begin{cases}x\in D_2,\\ x\notin D_1;\end{cases}\\ 1 \text{ pour } x\in D_1-D_1\cap D_2 \text{ c'est-à-dire} \begin{cases}x\in D_1;\\ x\notin D_2,\end{cases}\\ 0 \text{ pour } x\notin D_1\cup D_2.\end{cases} \tag{32}$$

Addition avec deux ou plusieurs fonctions E. La somme de deux fonctions $E_{|x\in D_1|}$ et $E_{|x\in D_2|}$ est :

$$E_{|x\in D_1|}+E_{|x\in D_2|}=\begin{cases}2 & \text{pour } x\in D_1\cap D_2;\\ 1 & \text{pour } \begin{cases}x\in D_1\\ x\in D_2\end{cases} \text{ ou } \begin{cases}x\in D_2,\\ x\notin D_1;\end{cases}\\ 0 & \text{pour } x\notin D_1\cup D_2.\end{cases} \tag{33}$$

On considère un nombre de n fonctions E ; leur somme est :

$$\sum_{i=1}^{n}E_{|x\in D_i|}=\begin{cases}n & \text{pour } x\in D_1\cap D_2\cap\ldots\cap D_n;\\ m & \text{pour } \begin{cases}x\in D_1\cap D_2\cap\ldots\cap D_m,\\ x\notin D_{m+1}\cup D_{m+2}\cup\ldots\cup D_n\ (m<n);\end{cases}\\ 0 & \text{pour } x\in D_1\cup D_2\cup\ldots\cup D_n.\end{cases} \tag{34}$$

Multiplication avec une constante. On considère une fonction $E_{|x\in D|}$ définie par la relation (30) et une constante c ; leur produit est :

$$c\,E_{|x\in D|}=\begin{cases}c & \text{pour } x\in D,\\ 0 & \text{pour } x\notin D.\end{cases} \tag{35}$$

Multiplication avec une fonction $f(x)$. On considère une fonction $E_{|x \in D_1|}$ définie par la relation (30) et une fonction $f(x)$ définie dans le domaine D_1 ; leur produit est :

$$E_{|x \in D_1|}\, f(x) = \begin{cases} f(x) & \text{pour} \quad x \in D_1 \cap D_2, \\ 0 & \text{pour} \quad x \notin D_1 \cap D_2. \end{cases} \tag{36}$$

Multiplication de deux ou plusieurs fonctions E. On considère deux fonction $E_{|x \in D_1|}$ et $E_{|x \in D_2|}$; leur produit est :

$$E_{|x \in D_1|}\, E_{|x \in D_2|} = \begin{cases} 1 & \text{pour} \quad x \in D_1 \cap D_2, \\ 0 & \text{pour} \quad x \notin D_1 \cap D_2, \end{cases} \tag{37}$$

et le produit de n fonctions E est :

$$\prod_{j=1}^{n} E_{|x \in D_j|} = \begin{cases} 1 \text{ pour } x \in D_1 \cap D_2 \cap \ldots \cap D_n, \\ 0 \text{ pour } x \notin D_1 \cap D_2 \cap \ldots \cap D_n. \end{cases} \tag{38}$$

Élévation à la puissance d'une fonction E.

$$E^n_{|x \in D|} = \begin{cases} 1 & \text{pour} \quad x \in \bigcap_{i=1}^{n} D, \\ 0 & \text{pour} \quad x \notin \bigcap_{i=1}^{n} D, \end{cases} \tag{39}$$

mais $\bigcap_{i=1}^{n} D = D$, c'est-à-dire l'intersection de plusieurs ensembles D identiques, est égale au produit de chacunes de ces ensembles. Donc

$$E^n_{|x \in D|} = \begin{cases} 1 & \text{pour} \quad x \in D, \\ 0 & \text{pour} \quad x \notin D. \end{cases} \tag{40}$$

3. Applications

En revenant au profil de la fig. 8, on écrira les relations :

$$y_{\mathrm{I}} = (m_k z + n_k) E_{|z \in [0;\, z]|} \tag{41}$$

pour le segment $A_0 B_0$,

$$y_{\mathrm{II}} = \sum_{k=1}^{p-1} (m_k\, z + n_k) E_{|z \in [z_{4t};\, z_{4t+1}]|} \tag{42}$$

pour les éléments de profil $A_k B_k$ (moins $A_0 B_0$),

$$y_{\mathrm{III}} = \sum_{k=0}^{p-1} t_2 E_{|z \in (z_{4t+1};\, z_{4t+2})|} \tag{43}$$

pour les éléments de profil situés sur le diamètre extérieur,

$$y_{IV} = \sum_{k=0}^{p-2} (m'_k z + n'_k) E_{|z \in [z_{4l+2};\, z_{4l+3}]|} \tag{44}$$

pour les éléments de profil représentés par les segmens $C_k D_k$,

$$y_V = \sum_{k=0}^{p-2} t_1 E_{|z \in (z_{4l+3};\, z_{4l+4})|} \tag{45}$$

pour les éléments de profil situés sur le diamètre intérieur, moins le dernier segment, dont la relation est :

$$y_{VI} = t_1 E_{|z \in (z_{4l+3};\, z_{4l+4}]|} . \tag{46}$$

La somme de ces relations :

$$y = \sum_{k=1}^{IV} y_k \tag{47}$$

représente l'ensemble du contour, y compris les extrémités (le commencement et la fin) du profil discuté.

En conclusion, on considère que l'expression unitaire des différents profils rencontrés dans l'industrie ouvre de nouvelles posibilités dans l'investigation des paramètres optima que l'on doit obtenir.

Reçue le 1 octobre 1974

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Technologie de la Construction des Machines

BIBLIOGRAPHIE

1. Kecs W., Teodorescu P. P., *Aplicații ale teoriei distribuțiilor în mecanică.* Ed. Acad., Buc., 1970.
2. Schwartz L., *Méthodes mathématiques pour les sciences physiques.* Paris, 1961.
3. Tabără V., Vertan H., *Metodă de control automat al roților dințate.* Comunicare la a XIV-a sesiune științifică a Inst. polit. București, 1971.
4. Tabără V., Vertan H., *Considerații privind unele funcții original care permit utilizarea calculatoarelor în controlul automat al filetelor.* St. și cerc. de mec. apl., Buc., **31**, *4*, 961–968 (1972).
5. Vertan H., *Determinarea relației unitare a profilului sculei.* Constr. de mașini, **24**, *3*, 127–131 (1972).

CONSIDERAȚII PRIVIND CÎTEVA FUNCȚII ORIGINAL, COMBINAREA DE FUNCȚII ORIGINAL ȘI EXEMPLE DE UTILIZARE PRACTICĂ

(Rezumat)

Lucrarea reprezintă o sinteză a unor comunicări referitoare la posibilitatea determinării unei relații analitice unitare pentru diferite profile întîlnite în mod frecvent în industria constructoare de mașini. Expresiile unitare ale profilelor deschid noi posibilități de cercetare a parametrilor optimi ce trebuie realizați.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3—4, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 621.925

THE INFLUENCE OF CUTTING PARAMETERS ON CUTTING FORCES IN SURFACE GRINDING

BY

O. V. PRUTEANU

0. Introduction

In this work the experimental equipment (the grinding machine and wheel) and workpiece material and dimensions, are the same as in [9]. The experimental procedures are the same as in [9] especially that the wheel speed was varied from 18 m/sec, when the diameter of the wheel was 158 mm, to 17 m/sec when the diameter becomes 149 mm.

1. The Apparatus Used for Force Measurements

The arrangement of the equipment emploied to measure and record grinding forces during surface grinding is shown schematically in Fig. 1.

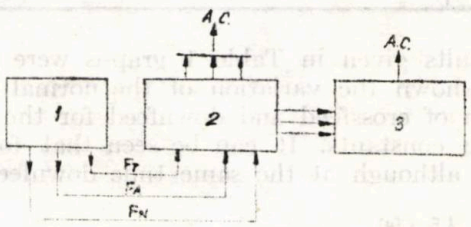


Fig. 1.—The equipment emploied to measure and record grinding forces.

A three-component force dynamometer was located on a magnetic table which was in tun fastened to the grinding machine table. The dynamometer output leads of which there were three, were fed to a multichannel ultraviolet recorder via charge amplifiers.

The force components measured were : F_x — the tangential component F_T, F_y — the axial component F_A, F_z — the normal component F_N.

It is to remark that on the tests carried out the axial force F_A has not a value which may takes into consideration, even at the biggest values of the cutting parameters.

2. Test Results

Two series of tests were performed. The first series was conducted under conditions of constant metal removal rate while the metal removal rate varied during the second series.

2.1. Constant Metal Removal Rate

The manner of variation of the cutting parameters as well as the results are shown in Table 1.

Table 1

Pos	No	Crossfeed	Downfeed	Table velocity	Metal removal rate, Z,	Cutting forces (N)		Ratio	Surface finis
		s_t (mm)/pass	t (mm)	v (m/min)	(mm³/sec)	F_N	F_T	F_N/F_T	R_a (μm)
	1	0.2	0.2			3.5	1.8	1.94	0.25
A	2	0.8	0.05	2.6	1.73	9.0	5.3	1.7	0.5
	3	3.2	0.0125			13.0	7.0	1.84	0.7
	1	0.2		10.5		9.0	4.5	2.0	0.25
B	2	0.8	0.05	2.6	1.73	12.0	7.0	1.7	0.475
	3	3.2		0.65		15.0	8.0	1.87	0.9
	1		0.0125	10.5		16.0	10.0	1.6	0.7
C	2	0.8	0.05	2.6	1.73	8.0	5.3	1.5	0.55
	3		0.2	0.65		4.5	3.0	1.5	0.275

Using the results given in Table 1 graphs were plotted as follows.

In Fig. 2 is shown the variation of the normal and the tangential forces as a function of crossfeed and downfeed for the table velocity and metal removal rate constants. It can be seen that forces increase with increased crossfeed, although at the same time downfeed decreased.

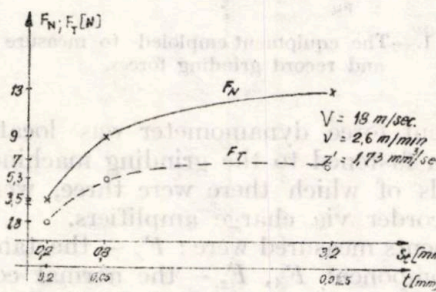


Fig. 2 — The variation of the F_N and F_T forces as a function of the crossfeed and downfeed (v, Z — constants).

In Fig. 3 is shown the variation of the normal and tangential forces as a function of crossfeed and table velocity for constant downfeed and metal removal rate conditions. In this case the cutting forces increased with increases crossfeed although the table velocity decreases.

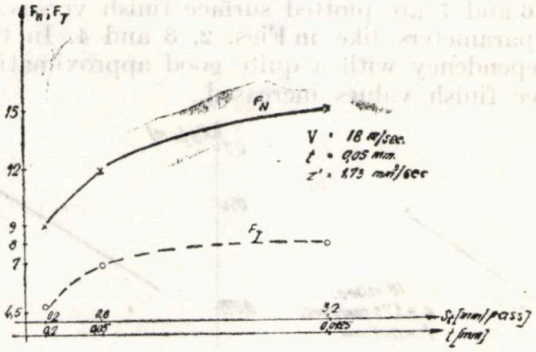


Fig. 3 — The variation of the F_N and F_T forces as a function of the crossfeed and table velocity (t, Z — constants).

In Fig. 4 is shown the variation of the normal and tangential forces as a function of downfeed and table velocity for constant crossfeed and metal removal rate conditions. With decreasing table velocity the cutting forces decrease, although downfeed increases.

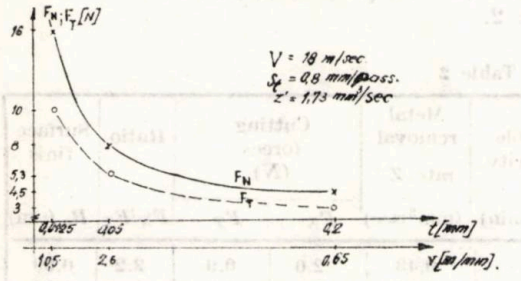


Fig. 4—The variation of the F_N and F_T forces as a function of the downfeed and table velocity (S_t, Z — constants).

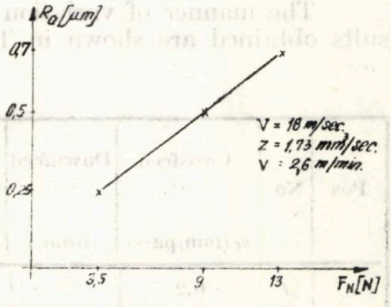


Fig. 5 — The influence of the normal force on the surface finish (v, Z — constants).

The cutting forces appear to be influenced by the grinding parameters in the following order — from most to least significance : crossfeed, table velocity and downfeed.

If is during comparison between the aspects of these curves and that for the surface finish [1], which correspond to the same parameters, that a very close likeness is observed.

In R. P. Lindsay and R. S. Hahn's paper [2] between Z and F_N is a liniar relationship of the form :

$$Z = \lambda F_N,$$

where λ is a proportionality factor (mm³/N.sec). On the basis of this relationship it would must for constant Z the cutting forces to be constant with change the cutting parameters. In these tests this indications seems not to be perfectly valid (see Figs. 2, 3 and 4).

In Figs. 5, 6 and 7 are plotted surface finish versus the normal force for the cutting parameters like in Figs. 2, 3 and 4. In these graphs was drawn a linear dependency with a quite good approximation. With increased forces, surface finish values increased.

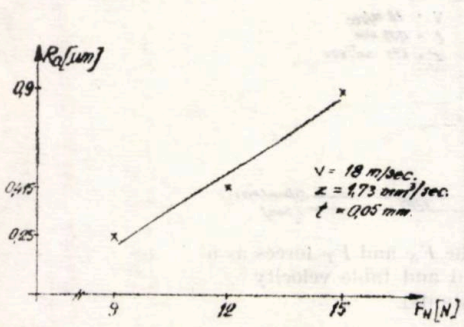


Fig. 6 — The influence of the normal force on the surface finish (t, Z — constants).

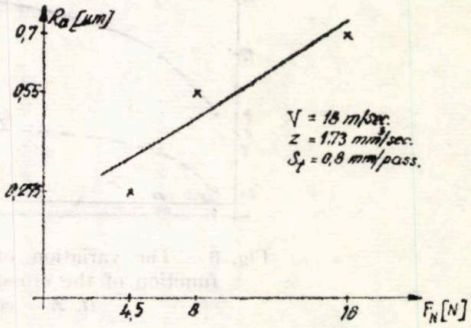


Fig. 7—The influence of the normal force. on the surface finish (S_t, Z — constants).

2.2. Variable Metal Removal Rate

The manner of variation of the cutting parameters as well as the results obtained are shown in Table 2.

Table 2

Pos	No	Crossfeed s_t (mm/pass)	Downfeed t(mm)	Table velocity v(m/min)	Metal removal rate, Z (mm³/sec)	Cutting forces (N) F_N	F_T	Ratio F_N/F_T	Surface finis R_a (μm)
	1	0.2			0.43	2.0	0.9	2.2	0.09
	2	0.4			0.86	3.5	1.8	1.95	0.16
D	*3*	0.8	0.025	5.25	1.73	4.5	1.8	2.5	0.325
	4	1.6			3.46	9.0	5.3	1.7	0.75
	5	3.2			6.92	16.0	10.7	1.5	1.25
	1			10.5	6.92	14.0	7.8	1.8	1.00
	2			5.25	3.46	12.0	5.9	2.03	0.7
E	*3*	1.6	0.025	2.6	1.73	10.0	5.3	1.9	0.5
	4			1.3	0.86	8.0	4.4	1.8	0.4
	5			0.65	0.43	5.0	2.7	1.85	0.3
	1		0.0125		0.86	3.0	1.33	2.2	0.35
	2		0.025		1.73	4.5	2.2	2.04	0.425
F	*3*	0.8	0.05	5.25	3.46	7.0	4.5	1.55	0.8
	4		0.1		6.92	11.0	5.8	1.9	1.25
	5		0.2		13.94	18.0	10.6	1.7	1.5

In Figs. 8, 9 and 10 are shown the variation of the cutting forces F_N and F_T as a function of the crossfeed, table velocity and downfeed respectivelly. It can be seen that cutting forces and metal removal rate increase as does any one grinding parameter on the other two remain fixed.

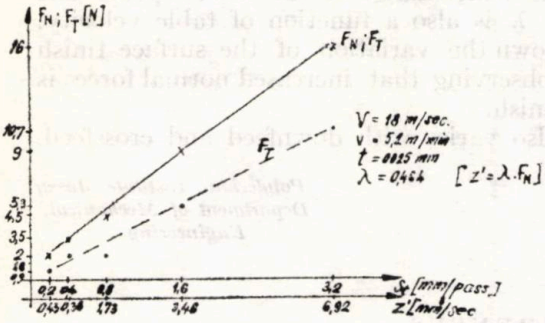


Fig. 8—The variation of the F_N and F_T forces as a function of the crossfeed (t, v—constants; Z — variable).

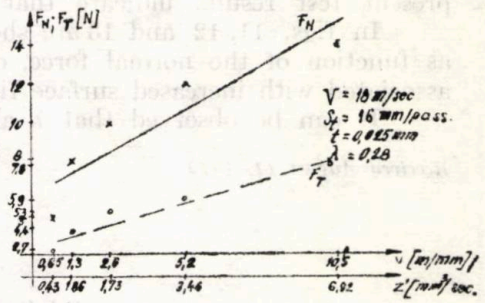


Fig. 9—The variation of the F_N and F_T forces as a function of the table velocity (S_t, t — constants ; Z — variable).

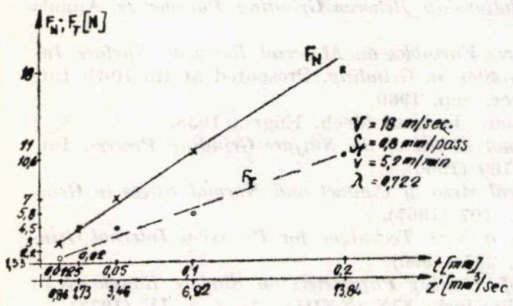


Fig. 10 — The variation of the F_N and F_T forces as a function of the downfeed (S_t , v — constants ; Z — variable).

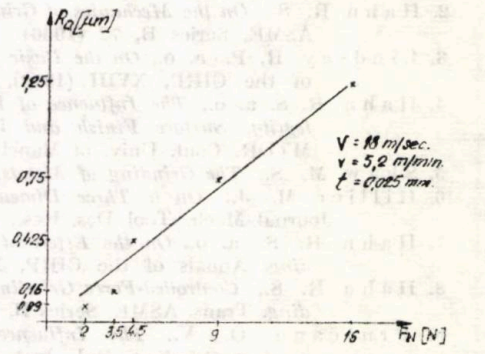


Fig. 11 — The influence of the normal force on the surface finish (t, v — constants ; Z — variable).

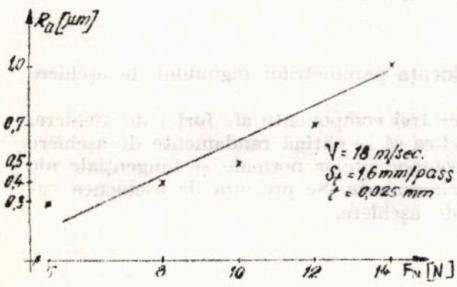


Fig. 12—The influence of the normal force on the surface roughnes (S_t , t constants ; Z — variable).

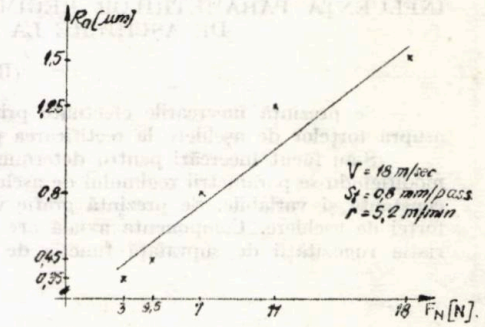


Fig. 13 — The influence of the normal force on the surface roughness (S , v— constants; Z — variable).

With a fairly good approximation the dependency between cutting forces and metal removal rate can be considerate linear. The relationship between forces and metal removal rate (when table velocity was varied) may be considered to be almost linear.

Paper [2] shows that λ changes with change of the wheel speed. The present test results indicate that λ is also a function of table velocity.

In figs. 11, 12 and 13 are shown the variation of the surface finish as function of the normal force, observing that increased normal force is associated with increased surface finish.

It can be observed that λ also varies with downfeed and crossfeed.

Received August 11, 1974

Polytechnic Institute, Jassy
Department of Mechanical, Engineering

REFERENCES

1. Hahn R. S., *Some Characteristics of Controlled Force in Grinding.* Advance M.T.D.R., 597 (1965).
2. Hahn R. S., *On the Mechanics of Grinding Process under Plunge Cut Conditions.* Trans. ASME, Series B, 72 (1966).
3. Lindsay R. P. a. o., *On the Basic Relationship Between Grinding Parameters.* Annals of the CIRP, XVIII (1970).
4. Hahn R. S. a. o., *The Influence of Proces Variables on Material Removal, Surface Integrity, Surface Finish and Vibration in Grinding.* Presented at the 10-th Int. MTDR, Conf. Univ. of Manchester, Sep. 1969.
5. Shaw M. S., *The Grinding of Metals.* Conf. Inst. of Mech. Engrs., 1958.
6. Hillier M. J., *On a Three Dimensional Model of the Surface Grinding Process.* Int. Journal Mach. Tool Des. Res., *6*, 109 (1966).
7. Hahn R. S. a. o., *On the Effect of Real Area of Contact and Normal Stress in Grinding.* Annals of the CIRP, XV, 197 (1967).
8. Hahn R. S., *Controlled-Force Grinding — a New Technique for Precision Internal Grinding.* Trans. ASME, Series B, *86*, 287 (1960).
9. Pruteanu O. V., *The Influence of Cutting Parameters on Surface Roughness in Surface Grinding.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XIX (XXIII), *3—4*, s. IV (1973).

INFLUENŢA PARAMETRILOR REGIMULUI DE AŞCHIERE ASUPRA FORŢELOR DE AŞCHIERE LA RECTIFICAREA PLANĂ

(Rezumat)

Se prezintă încercările efectuate privind influenţa parametrilor regimului de aşchiere asupra forţelor de aşchiere la rectificarea plană.

S-au făcut încercări pentru determinarea celor trei componente ale forţei de aşchiere, modificîndu-se parametrii regimului de aşchiere astfel ca să se obţină randamente de aşchiere constante şi variabile. Se prezintă grafic variaţia componentelor normale şi tangenţiale ale forţei de aşchiere. Componenta axială are valori neînsemnate. Se prezintă de asemenea variaţia rugozităţii de suprafaţă funcţie de forţele de aşchiere.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3—4, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.43.032

METODĂ DE DETERMINARE A LEGII DE INJECŢIE LA MOTOARELE CU ARDERE INTERNĂ CU PISTON

DE

VIRGIL GIURCĂ

Determinarea legii de injecţie a combustibilului este necesară pentru stabilirea corelaţiei dintre procesele de injecţie, formare a amestecului şi ardere din motor.

Pînă în prezent au fost elaborate numeroase metode experimentale pentru determinarea legii de injecţie, a căror aplicabilitate este condiţionată de avantajele şi dezavantajele pe care le prezintă fiecare dintre ele. Astfel, au căpătat o relativă consacrare metoda roţii celulare, indicatorul W. B o s c h [3] şi metoda bazată pe oscilografierea impulsului jetului. Dezavantajul principal al acestor metode constă în aceea că nu pot fi aplicate în cazul cercetărilor directe pe motor.

Dintre metodele aplicabile pe motor este cunoscută metoda bazată pe oscilografierea presiunii la intrarea în injector şi oscilografierea deplasării acului, dar metoda prezintă dezavantajul că necesită cunoaşterea variaţiei secţiunii efective de curgere prin pulverizator în funcţie de presiunea combustibilului şi deplasarea acului. Stabilirea acestei dependenţe necesită un volum relativ mare de experienţe complementare pe instalaţii adecvate.

De asemenea, este cunoscută şi metoda bazată numai pe oscilografierea presiunii la intrarea în injector [1], în cadrul căreia, legea de injecţie se obţine prin rezolvarea sistemului de ecuaţii care exprimă condiţiile limită la pulverizator, dar metoda prezintă acelaşi dezavantaj, adică necesită cunoaşterea secţiunii efective de curgere prin pulverizator în funcţie de factorii care o condiţionează.

În cele ce urmează se prezintă posibilitatea eliminării dezavantajului menţionat, plecînd de la cîteva observaţii privind curgerea nestaţionară în conducte închise, lungi.

Se admit următoarele ipoteze:

a) între două injecţii succesive oscilaţiile din conducta de injecţie se amortizează complet; ipoteza este cvasiunanim acceptată în prezent;

b) se neglijează influenţa forţelor de frecare în timpul procesului de injecţie; ipoteza este acceptată pentru conducte de injecţie relativ scurte şi combustibili cu viscozitate redusă.

Se consideră un moment t oarecare din timpul procesului de injecţie şi se analizează fenomenele de propagare a undelor de presiune în conducta de injecţie. Se notează cu I secţiunea de racordare a conductei de injecţie la pompa de injecţie, iar cu II secţiunea de racordare a aceleiaşi conducte la injector.

Se observă că presiunea în unda reflectată care soseşte de la injector în secţiunea I la momentul t este identică cu presiunea în unda reflectată prezentă în secţiunea II la momentul $t - L/a$, L fiind lungimea conductei de injecţie, iar a, celeritatea:

(1) $$p_{Ir(t)} \equiv p_{IIr(t-L/a)}.$$

Deci, presiunea în unda directă din secțiunea *I* la momentul t este dată de relația:

(2) $$p_{Ia} = p_I - p_0 - p_{Ir},$$

în care: p_I este presiunea în secțiunea *I*, p_0 — presiunea remanentă.

De asemenea, se observă că presiunea în unda directă din secțiunea *II* la momentul t este identică cu presiunea în unda directă din secțiunea *I* la momentul $t - L/a$:

(3) $$p_{IIa(t)} \equiv p_{Ia(t-L/a)}.$$

Deci, presiunea în unda reflectată din secțiunea *II* la momentul t este dată de relația:

(4) $$p_{IIr} \equiv p_{II} - p_0 - p_{IIa},$$

în care p_{II} este presiunea în secțiunea *II*.

Se consideră secțiunea *III* plasată la ieșirea din conducta interioară a pulverizatorului spre antecamera acestuia. În baza unor raționamente similare cu cele de mai sus rezultă:

(5) $$p_{IIIa(t)} \equiv p_{IIa(t-l/a)},$$

(6) $$p_{IIIr(t)} \equiv p_{IIr(t+l/a)},$$

în care l este distanța dintre secțiunile *II* și *III*.

Deci, presiunea din antecamera pulverizatorului la momentul t este dată de relația

(7) $$p_{III} \equiv p_0 + p_{IIIa} + p_{IIIr}.$$

Viteza medie a combustibilului în secțiunea *III* se calculează cu relația

(8) $$W_{III} = \frac{1}{\rho a}(p_{IIIa} - p_{IIIr}),$$

în care ρ este densitatea combustibilului.

Pe baza raționamentelor prezentate, presiunea în antecamera pulverizatorului și viteza medie a combustibilului în secțiunea de intrare în antecameră se pot determina prin oscilografierea presiunii la extremitățile conductei de injecție.

În continuare, determinarea debitului de combustibil în timpul injecției se bazează pe rezolvarea sistemului de ecuații care exprimă condițiile limită la pulverizator, format din ecuațiile redate mai jos.

Se consideră pulverizatorul cu ac cu vîrful conic, avînd unul sau mai multe orificii.

Ecuațiile de continuitate în secțiunea *III* se scrie sub forma:

(9) $$A_{III} w_{III} = \frac{V_p}{E}\frac{dp_{III}}{dt} + A_a \frac{dz}{dt} + \mu_s A_s \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{III} - p_s)},$$

în care: A_{III} este aria secțiunii transversale a conductei interioare din pulverizator, V_p — volumul antecamerei pulverizatorului, E — modulul de elasticitate al combustibilului, A_a — aria secțiunii transversale a acului pulverizatorului, z — deplasarea acului pulverizatorului față de sediu, μ_s — coeficientul de debit la curgerea combustibilului prin secțiunea eliberată de ac pînă la sediu, A_s — aria secțiunii geometrice de trecere printre vîrful acului și sediu, p_s — presiunea în antecamera orificiilor de pulverizare.

Ecuația de echilibru dinamic a acului pulverizatorului se scrie sub forma :

$$m_a \frac{d^2z}{dt^2} + c_p(z + z_0) = A'_a(p_{III} - p_a) + (A_a - A'_a)(p_s - p_a), \tag{10}$$

în care m_a este masa redusă la ac a pieselor mobile ale injectorului, c_p — constanta de elasticitate a arcului injectorului, z_0 — deformația inițială a arcului injectorului, A'_a — aria suprafeței portante a acului supusă acțiunii presiunii din antecamera pulverizatorului, p_a — presiunea atmosferică.

Ecuația de continuitate în secțiunea eliberată de ac la deplasarea față de sediu se scrie sub forma :

$$\mu_s A_s \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{III} - p_s)} = \mu_0 A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_s - p_c)} + \frac{V_s}{E}\frac{dp_s}{dt}, \tag{11}$$

în care: μ_0 este coeficientul de debit prin orificiile de pulverizare, A_0 — aria secțiunii geometrice de trecere prin orificiile de pulverizare, p_c — presiunea gazelor din cilindrul motorului, V_s — volumul antecamerei orificiilor de pulverizare. Se observă că debitul volumic de combustibil injectat este dat de

$$\frac{dQ_v}{dt} = \mu_0 A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_s - p_c)}. \tag{12}$$

Sistemul de ecuații se rezolvă prin metode de diferențe finite. Calculul se efectuează pentru intervale de timp Δt, de mărime convenabilă pentru asigurarea preciziei cerute.

Se notează cu indice (subindice) 2 mărimile corespunzătoare începutului intervalului de calcul precedent, cu indice (subindice) 1, mărimile corespunzătoare începutului intervalului de calcul curent, iar mărimile corespunzătoare sfîrșitului intervalului de calcul curent nu sînt afectate de alți indici (subindici).

Dacă se oscilografiază și deplasarea acului pulverizatorului în timpul injecției, sistemul de ecuații permite să se calculeze în ordine

$$p_s = \frac{1}{A_a - A'_a}\left[\frac{m_a}{\Delta t^2}(z - 2z_1 + z_2) + c_p(z + z_0) - A'_a(p_{III} - p_a)\right] + p_a, \tag{13}$$

$$\mu_s A_s = \sqrt{\frac{\rho}{2(p_{III} - p_s)}}\left[A_{III}(w_{III} + w_{III_1}) - \frac{V_p + V_{p_1}}{E}\frac{p_{III} - p_{III_1}}{\Delta t} - \right.$$
$$\left. - \frac{2A_a}{\Delta t}(z - z_1)\right] - \mu_{s_1} A_{s_1}\sqrt{\frac{p_{III_1} - p_{s_1}}{p_{III} - p_s}} \tag{14}$$

și

$$\frac{\Delta Q_v}{\Delta t} = \sqrt{\frac{2}{\rho}}\left(\mu_s A_s \sqrt{p_{III} - p_s} + \mu_{s_1} A_{s_1} \sqrt{p_{III_1} - p_{s_1}}\right) - \frac{V_s + V_{s_1}}{E} \frac{p_s - p_{s_1}}{\Delta t} \frac{\Delta Q_{s_1}}{\Delta t}, \tag{15}$$

sau debitul masic de combustibil injectat,

$$\frac{\Delta Q_m}{\Delta t} = \rho \frac{\Delta Q_v}{\Delta t}. \tag{16}$$

Se poate renunța la oscilografierea deplasării acului pulverizatorului, dar, pentru rezolvarea sistemului de ecuații se introduce o ipoteză suplimentară și anume, se neglijează influența laminării între ac și sediu. Această ipoteză este acceptată frecvent deoarece, în cea mai mare parte din timpul injecției, acul este apăsat pe limitatorul de ridicare, iar secțiunea de trecere prin sediu este de cîteva ori mai mare decît secțiunea oferită de orificiile de pulverizare. În acest caz, se calculează în ordine :

$$z = \frac{m_a(2z_1 - z_2) + \Delta t^2 [A_a(p_{III} - p_a) - c_p z_0]}{m_a + c_p \Delta t^2}, \tag{17}$$

$$\mu_0 = \frac{\sqrt{\rho}}{A_0 \sqrt{2(p_{III} - p_c)}} \left[A_{III}(w_{III} + w_{III_1}) - \frac{V_p + V_{p_1}}{E} \frac{p_{III} - p_{III_1}}{\Delta t} - 2A_a \frac{z - z_1}{\Delta t} \right] - \mu_{0_1} \sqrt{\frac{p_{III_1} - p_{c_1}}{p_{III} - p_c}} \tag{18}$$

și

$$\frac{\Delta Q_v}{\Delta t} = \mu_0 A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{III} - p_c)}, \tag{19}$$

sau

$$\frac{\Delta Q_m}{\Delta t} = \mu_0 A_0 \sqrt{2\rho(p_{III} - p_c)}. \tag{20}$$

De menționat că ambele modalități de determinare a legii de injecție sînt valabile și pentru cazul pzlverizatoarelor cu ac cu vîrful profilat, cu știft sau pentru orice alt tip de pulverizator, cu mențiunea că ecuațiile care exprimă condițiile limită trebuie scrise în mod corespunzător. Se observă că relațiile 17...20 sînt valabile și pentru pulverizatoarele care au acul cu vîrful profilat sau cu știft, cu singura deosebire că în locul ariei A_a se introduce aria $A_a < A_a'$.

Concluziile principale sînt următoarele :

a) Analiza procesului de curgere tranzitorie din conducta de injecție evidențiează o nouă posibilitate de determinare a legii de injecție.

b) Metoda propusă se bazează pe oscilografierea presiunii combustibilului la extremitățile conductei de injecție și rezolvarea sistemului de ecuații care exprimă condițiile limită la pulverizator.

c) Pentru rezolvarea sistemului de ecuații sînt două posibilități; fie se recurge la oscilografierea deplasării acului pulverizatorului în timpul injecției, fie, se introduce o ipoteză simplificatoare.

În general, ambele posibilități sînt valabile pentru orice sistem de injecție, dar, calea de urmat trebuie să se aleagă avînd în vedere particularitățile legate de tipul pulverizatorului, cerințele impuse preciziei rezultatelor, posibilitățile de oscilografiere a deplasării acului pulverizatorului sau alte aspecte pe care experiența ar putea să le pună în evidență.

d) Metoda este aplicabilă atît la experimentarea sistemului de injecție pe stand, cît și pe motor.

Aparatura de măsură necesară este de uz curent în laboratoarele și uzinele de specialitate iar volumul lucrărilor experimentale este redus.

e) Prelucrarea matematică a datelor experimentale este relativ voluminoasă, dar se pretează fără dificultăți la utilizarea unui calculator numeric ieftin.

Primită la 20 decembrie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de termotehnică
și motoare termice

BIBLIOGRAFIE

1. Woschni G., Anisits F., *Elektronische Berechnung des Einspritzverlaufes im Dieselmotor aus dem gemessenen Druckverlauf in der Einspritzleitung.* Motortechnische Zeitschrift, **30**, 7, 238–242 (1969).
2. Фомин Ю. Я., *Топливная аппаратура судовых дизелей.* Изд. „Транспорт", Ленинград, 1966.
3. Bosch W., *Der Einspritzgesetzindikator, ein neues Messgerät zur direkten Bestimmung des Einspritzgesetzes von Einzeleinspritzungen.* Motortechnische Zeitschrift, **25**, 7, 268 (1964).

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАКОНА ПОДАЧИ ТОПЛИВА В ДИЗЕЛЯХ

(Резюме)

Описывается метод определения эффективного проходного сечения распылителя и закона подачи топлива. Метод основан на осциллографирование давления на обоих концов нагнетательного трубопровода топливной системы.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3—4, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 625.23 : 534.4

STUDIUL VIBRAȚIILOR ALEATOARE ALE VEHICULELOR DE CALE FERATĂ

DE

I. SEBEȘAN

1. Introducere

Perturbațiile exterioare primite de osia vehiculului de la calea de rulare sînt prezentate ca funcții aleatoare în timp. Din caracteristicile probabilistice ale perturbațiilor, cu ajutorul funcției de transfer a sistemului mecanic oscilant cu două grade de libertate, al unui vagon de cale ferată, se obțin caracteristicile probabilistice ale vibrațiilor cutiei ajungînd la o serie de concluzii practice.

2. Caracteristicile probabilistice ale perturbațiilor exterioare

Mult timp exprimarea analitică a denivelărilor căii de rulare s-a făcut cu funcții sinusoidale sau Heaviside. Dar după cum se vede în fig. 1 exprimarea denivelărilor $h(s)$ (în sistemul de referință hOs) măsurate cu un traductor plasat pe osie, prin funcții deterministe nu corespunde realității, acestea avînd un caracter aleator.

Stabilirea proprietăților statistice se face pe baza ipotezelor ergodice, procesul aleator fiind considerat staționar. Aceste ipoteze simplifică foarte mult calculul fără a ne îndepărta de realitate.

Vom remarca faptul că efectul denivelărilor drumului nu se schimbă la o translație a axei Os. Pentru a ușura calculele se folosește acest lucru, alegînd punctul O' astfel încît valoarea medie a denivelărilor în sistemul $hO's$ să aibă valoarea $\tilde{\eta} = 0$.

În acest scop se raportează profilul drumului la sistemul de axe hOs și se determină

$$\tilde{h} = \frac{1}{s}\int_0^s h(s)\,\mathrm{d}s, \tag{1}$$

unde $S = 200$ m este lungimea tronsonului examinat. Făcînd translația $\eta = h - h_0$ rezultă

$$\tilde{h} = \frac{1}{S}\int_0^S (\eta + h_0)\,ds.$$

Din condiția $\tilde{\eta} = 0$ avem $h_0 = \tilde{h}$, translația axei Os.

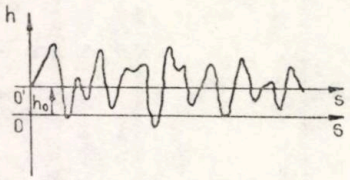


Fig. 1 — Aspectul aleator al perturbațiilor primite de osie de la calea de rulare.

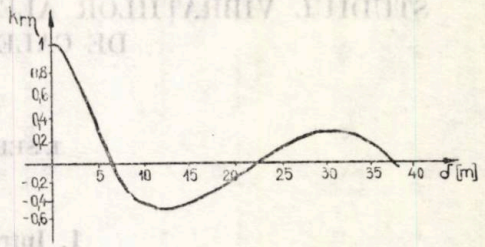


Fig. 2 — Funcția experimentală de autocorelație.

Funcția de autocorelație $k(\delta)$ poate fi considerată ca valoare medie în timp a produsului valorilor instantanee ale denivelărilor măsurate în două momente separate între ele printr-un interval de spațiu δ

$$k_\eta(\delta) = \frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m} \eta(s_j)\,\eta(s_j + \delta), \tag{2}$$

m fiind numărul de intervale alese pe lungimea S parcursă de vehicul cu viteza $V = 12$ m/s. Cu ajutorul valorilor măsurate s-a făcut reprezentarea în fig. 2 a funcției experimentale de autocorelație în unități relative, adică :

$$k_{r\eta}(\delta) = \frac{k_\eta(\delta)}{[k_\eta(\delta)]_{max}}. \tag{3}$$

Pentru continuarea studiului este necesară exprimarea analitică a funcției de autocorelație care se poate face prin interpolarea funcției experimentale de autocorelație. Interpolarea s-a făcut printr-o funcție armonică amortizată avînd expresia :

$$k_{r\eta}(\delta) = e^{-a\delta}\cos b\delta. \tag{4}$$

Pentru a exprima funcția de autocorelație în funcție de intervalul de timp τ la care s-au făcut măsurătorile vom scrie

$$\delta = V\tau. \tag{5}$$

Funcția de autocorelație este transformata Fourier a densității spectrale de putere $S_\eta(\nu)$, unde ν este frecvența funcției perturbatoare :

$$(6) \qquad k_\eta(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_\eta(\nu)\, e^{i\nu\tau}\, d\nu = 2\int_0^{\infty} S_\eta(\nu) \cos\nu\tau\, d\nu,$$

de unde rezultă:

$$(7) \qquad S_\eta(\nu) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} k_\eta(\tau) \cos\nu\tau\, d\tau.$$

Efectuînd calculele obținem:

$$(8) \qquad S_\eta(\nu) = 2{,}3\ 10^{-4}\left(e^{-\frac{(\nu+2{,}4)^2}{2{,}45}} + e^{-\frac{(\nu-2{,}4)^2}{2{,}45}} \right) \left[\frac{m^2}{s}\right].$$

Funcția este reprezentată în fig. 3.

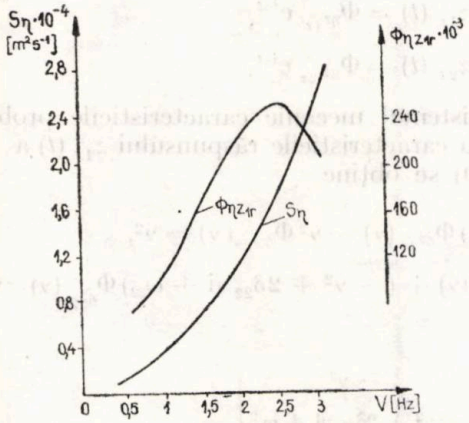


Fig. 3 — Densitatea spectrală de putere a perturbațiilor și funcția de transfer a sistemului.

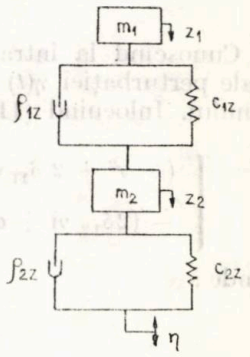


Fig. 4 — Modelul mecanic al suspensiei unui vagon.

3. Determinarea funcției de transfer

Sistemul mecanic redus echivalent al unui vagon este reprezentat în fig. 4. Ecuațiile diferențiale ale mișcării acestui sistem cu două grade de libertate sînt:

$$(9) \qquad \begin{cases} m_1\ddot{z}_1 + \rho_{1z}(\dot{z}_1 - \dot{z}_1) + c_{1z}(z_1 - z_2) = 0, \\ m_2\ddot{z}_z + \rho_{2z}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + c_{2z}(z_2 - z_1) - \rho_{1z}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) - c_{1z}(z_1 - z_2) = 0. \end{cases}$$

Pentru a simplifica scrierea, deplasările absolute se înlocuiesc cu cele relative:

$$z_{1x} = z_1 - z_2, \qquad z_{2x} = z_2 - \eta.$$

Se fac următoarele notații:

$$\omega_{11}^2 = \frac{c_{1z}}{m_1}\ ;\ \omega_{12}^2 = \frac{c_{1z}}{m_2}\ ;\ \omega_{22}^2 = \frac{c_{2z}}{m_2}\ ;\ 2\delta_{11} = \frac{\rho_{1z}}{m_1}\ ;\ 2\delta_{12} = \frac{\rho_{1z}}{m_2}\ ;\ 2\delta_{22} = \frac{\rho_{2z}}{m_2}.$$

Sistemul (9) devine:

$$(10)\quad \begin{cases} \ddot{z}_{1x} + 2\delta_{11}\dot{z}_{1x} + \omega_{11}^2 z_{1x} + \ddot{z}_{2x} = -\eta, \\ \ddot{z}_{2x} + 2\delta_{22}\dot{z}_{2x} + \omega_{23}^2 z_{2x} - 2\delta_{12}\dot{z}_{1k} - \omega_{12}^2 z_{1k} = -\eta. \end{cases}$$

Expresia funcției de transfer coincide cu factorul $\Phi_{\eta z_{1x}}(\gamma)_{z_{2x}}$ care amplifică la ieșirea din sistem funcția invariată $e^{i\nu t}$ aplicată la intrarea în sistemul mecanic.

Avem în acest caz:

$$(11)\quad \begin{aligned} \eta(t) &= e^{i\nu t}, \\ z_{1x}(t) &= \Phi_{\eta z_{1x}} e^{i\nu t}, \\ z_{2x}(t) &= \Phi_{\eta z_{2x}} e^{i\nu t}. \end{aligned}$$

Cunoscînd la intrarea în sistemul mecanic caracteristicile probabilistice ale perturbației $\eta(t)$ urmărim caracteristicile răspunsului $z_{1x}(t)$ a cutiei vagonului. Înlocuind (11) în (10) se obține

$$(12)\quad \begin{cases} (-\nu^2 + 2\delta_{11}\nu i + \omega_{11}^2)\Phi_{\eta z_{1x}}(\nu) - \nu^2\Phi_{\eta z_{2x}}(\nu) = \nu^2, \\ -(2\delta_{12}\nu i + \omega_{12}^2)\Phi_{\eta z_{1x}}(\nu) + (-\nu^2 + 2\delta_{22}\nu i + \omega_{22}^2)\Phi_{\eta z_{2x}}(\nu) = \nu^2, \end{cases}$$

de unde:

$$(13)\quad \Phi_{\eta z_{1x}}(\nu) = \frac{\begin{vmatrix} \nu^2 & -\nu^2 \\ \nu^2 & -\nu^2 + 2\delta_{22}\nu i + \omega_{22}^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -\nu^2 + 2\delta_{11}\nu i + \omega_{11}^2 & -\nu^2 \\ -(2\delta_{12}\nu i + \omega_{11}^2) & -\nu^2 + 2\delta_{22}\nu i + \omega_{22}^2 \end{vmatrix}}.$$

$\Phi_{\eta z_{2x}}$ nu se determină deoarece ne interesează numai răspunsul cutiei vagonului.

Din (13) se vede că $\Phi_{\eta z_{1x}}$ se poate pune sub forma:

$$(14)\quad \Phi_{\eta z_{1x}}(\nu) = E_1(\nu) + iE_2(\nu),$$

unde $E_1(\nu)$ și $E_2(\nu)$ reprezintă partea reală, respectiv cea imaginară a funcției complexe $\Phi_{\eta z_{1x}}(\nu)$ obținute din (13).

În continuare ne interesează modulul acestei funcții:

$$(15)\quad |\Phi_{\eta z_{1x}}(\nu)| = \sqrt{E_1^2(\nu) + E_2^2(\nu)}.$$

Pentru vagoanele construite în țară cu valorile: $\omega_{11}^2 = 40{,}3\tau^{-2}$, $\omega_{12}^2 = 145{,}5\ s^{-2}$; $\omega_{22}^2 = 52s6^{-2}$; $2\delta_{11} = 3{,}3\ s^{-1}$; $2\delta_{12} = 12\ s^{-1}$; $2\delta_{22} = 17\ s^{-1}$

funcția de transfer este reprezentată în funcție de frecvența perturbațiilor exterioare în fig. 3.

4. Caracteristicile răspunsului

Densitatea spectrală a răspunsului sistemului se determină cu relația :

$$S_{\eta z_{1x}}(\nu) = |\Phi_{\eta z_{1x}}(\nu)|^2 S_\eta(\nu). \tag{16}$$

Caracterizarea modulului de variație a amplitudinilor vibrațiilor cutiei vagonului se face prin abaterea mediei pătratică a acestor vibrații și ale derivatelor ei de ordin J :

$$\sigma_{z_{1x}(J)}(\nu) = 2\int_0^\infty S_{\eta z_{1x}(J)}(\nu)\,d\nu = 2\int_0^\infty \nu^{2J} |\Phi_{\eta z_{1x}}(\nu)|^2 S_\eta(\nu)\,d\nu. \tag{17}$$

Astfel pentru $J = 0, 1, 2$, obținem abaterile $\sigma_{z_{1x}}(\nu)$; $\sigma_{\dot{z}_{1x}}(\nu)$ și $\sigma_{\ddot{z}_{1x}}(\nu)$. Notînd în (17) $\Omega V = \nu$ în care V este viteza de circulație a vehiculului, se obține expresia abaterilor în funcție de această viteză. Calculele au fost efectuate pe un calculator cifric considerînd δ_{11} variabil și rezultatele trecute în tabele care nu au fost date în lucrare deoarece sînt voluminoase.

Se ajunge astfel la concluzia că există o valoare $\delta_{11}^* = 2{,}5$ care minimizează acceleraţia medie pătratică.

Dacă sistemul funcționează cu valoare δ_{11}^* accelerațiile medii pătratice au un maximum cînd frecvența dominantă a perturbației se găsește în vecinătatea frecvenței sistemului oscilant.

4. Concluzii

Studiul efectuat asupra vagonului denotă că abaterea medie pătratică minimă a accelerațiilor corespunde unei viteze de circulație de 92 km/h. Acest fapt implică necesitatea introducerii unor amortizoare reglabile pe aceste vagoane în funcție de tipul vagonului și de destinația acestuia, în scopul reglării pentru regimul de exploatare cel mai probabil.

Primit la 26 iulie, 1973

Institutul politehnic, București,
Catedra de material rulant și automobile

BIBLIOGRAFIE

1. Krettek O., *A Method for Determining the Travel Quality of the Wagon from the Frequency Characteristic of the Vehicle.* E.T.R., **9**, *4* (1970).
2. Helberg, Sperling, *A Method for Estimating the Railway Wagons Travel Qualities.* Org. Fortschr. Eisenbahnw., *12* (1941).
3. Schlitt M., *The Theory of Systems for Irregular Processes.* Springer, Berlin—Göttingen—Heidelberg, 1960.
4. Dincă F., Teodosiu C., *Vibrații neliniare și aleatoare.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1969.

THE STUDY OF RANDOM VIBRATIONS OF A VEHICLE

(Summary)

According to the experiments, the excitation received by the axle from the rail, represents an irregular time random function. Consequently, the vibrations of the vehicle imposed by the external excitations received from the axle, will also have an aleatory character.

Therefore, depending on the probabilistic characteristics of the excitation and on the system transfer function, the dependence of the mean square deviation of the vibrations amplitude upon the excitation frequency and upon the vehicles mechanic parameters, is being investigated.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAȘI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3—4, 1974
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9-4

INFLUENȚA ERORILOR DE POZIȚIONARE A BURGHIELOR ELICOIDALE ASUPRA UNOR PARAMETRI GEOMETRICI AI FEȚEI DE AȘEZARE OBȚINUTĂ PRIN ASCUȚIREA CILINDRO-ELIPTICĂ DUBLĂ [1])

DE

GH. CAȘLER, N. GOJINEȚCHI și VITALIE BELOUS

Din rațiuni de universalitate, mașinile de ascuțit burghie elicoidale de tip ELBITOR [1] construite după procedeul cilindro-eliptic [2] sînt dotate cu dispozitive de prindere cu elemente prismatice, avînd scheme de bazare complete. Datorită prinderii în dispozitiv și a reglării lanțului de avans pe adîncime este posibilă apariția erorilor de poziționare, care se manifestă prin deplasarea și rotirea nedorită a burghiului față de poziția prescrisă. Erorile de poziționare prezintă caracter stohastic, variind ca mărime de la dinte la dinte și de la burghiu la burghiu și au ca efect modificarea geometriei fețelor de așezare și apariția fenomenelor de asimetrie geometrică, cu consecințe cunoscute legate de scăderea preciziei de găurire, încărcarea neuniformă a dinților, scăderea durabilității burghielor etc. [7].

Practica ascuțirii burghielor elicoidale a demonstrat că și în cazul dotării mașinilor de ascuțit cu dispozitive, este posibilă apariția modificărilor de geometrie ca urmare a erorilor de poziționare ce apar la bazarea și strîngerea în dispozitiv și la reglarea lanțului cinematic de avans pe adîncime. Erorile de poziționare sînt inerente mașinilor-unelte și dispozitivelor în general, studii și cercetări în acest domeniu fiind executate la Școala superioară Bauman din Moscova [3] și la Școala tehnică superioară Karol-Wilhelm din Braunschweig, R. F. G., sub conducerea lui G. Pahlitzsch [4], cu referiri în special la dispozitive de tipul mandrinelor cu fălci. Apariția erorilor de poziționare la prinderea în dispozitive a mai fost sesizată de autori cu ocazia experimentării unui nou tip de mașină de ascuțit burghie elicoidale după procedeul eliptic simplu [5].

Fără a intra în fizica proceselor de apariție a erorilor de poziționare datorită prinderii în dispozitive, interesează care este influența acestora asupra geometriei fețelor de așezare și care sînt măsurile de ordin constructiv și funcțional ce rezultă a fi luate la construcția, reglarea și exploatarea dispozitivelor cu care sînt dotate mașinile de ascuțit ELBITOR, construite după licență românească la I. M. Suceava, obiectiv urmărit în cadrul prezentei lucrări.

Ca metodă de cercetare s-a ales metoda experimentală, folosirea relațiilor analitice deduse de autori pentru acest procedeu fiind extrem de complexă.

---

[1]) Prezentată la sesiunea științifică jubiliară a Universității din Brașov, 15—17 februarie 1974.

Metoda de cercetare constă în ascuțirea unor burghie cu diverse erori de poziționare, provocate în mod intenționat și măsurate, păstrînd constante caracteristicile constructiv-poziționale ale mașinii de ascuțit și în urmărirea evoluției unor parametri geometrici caracteristici ai suprafețelor de așezare obținute prin aceste ascuțiri. Pentru ascuțiri s-a utilizat prototipul experimental al mașinii ELBITOR 1 (fig. 1) modificat pentru experiment astfel încît să permită schimbarea poziției burghiului în dispozitiv și măsurarea erorilor de poziționare astfel provocate. Schema experimentărilor efectuate cu instalația din fig. 1 este prezentată în fig. 2 în care se

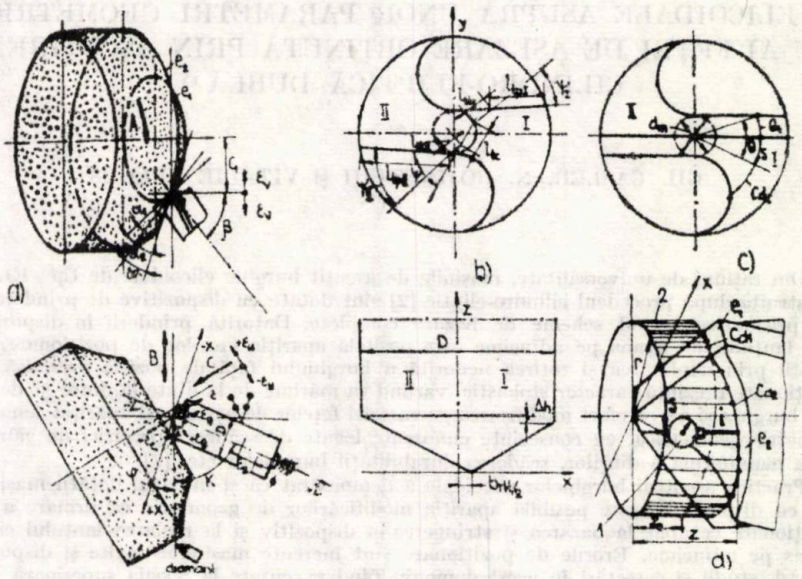


Fig. 2

vede schema simbolică de poziționare a burghiului în dispozitiv, schema procedeului de ascuțire cilindro-eliptică dublă și caracteristicile constructive ale mașinii, ale căror valori măsurate au fost : $R_1 = 64$ mm ; $R_2 = 100$ mm ; $C_1 = 60{,}5$ mm ; $\beta = 49°40'$; $\varkappa = 59°$; $\varphi = 70°30'$; experimentările au fost efectuate pe un burghiu cu $D = 30$ mm și $d_m = 5{,}05$ mm. Caracteristicile mașinii au fost astfel adoptate încît să se obțină o evidențiere cît mai accentuată a influenței erorilor de poziționare unghiulare ε_0 și axiale ε_z asupra parametrilor geometrici ai suprafeței de așezare. Erorile de mai sus sînt caracteristice la prinderea burghiului în dispozitiv, influența lor fiind cercetată atît în cazul ascuțirilor simetrice, cînd erorile ε_0, ε_z sînt egale pentru cei doi dinți, cît și în cazul ascuțirilor asimetrice, cînd valorile acestora variază de la dinte la dinte.

Parametrii geometrici ai feței de așezare, a căror evoluție a fost urmărită, sînt : forma curbelor de detalonare C_d compuse din porțiunile caracteristice C_{d1}, C_{d2} corespunzătoare cilindrilor eliptici generatori e_1, e_2 (fig. 2),

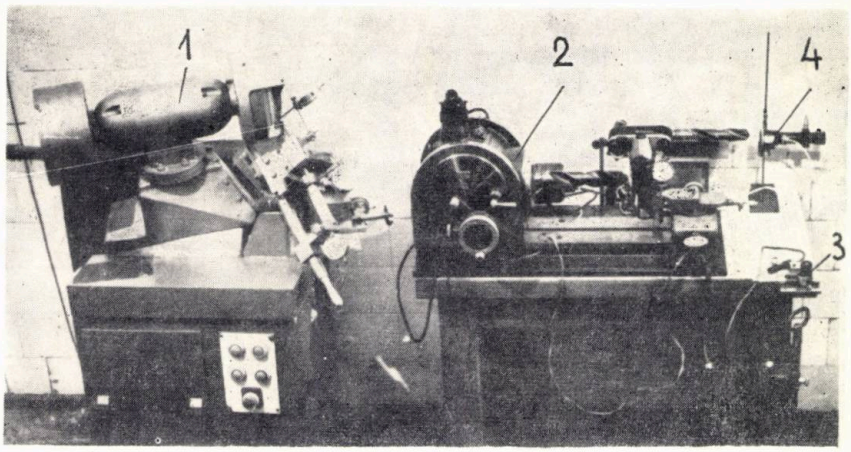


Fig. 1

lungimile tăișurilor principale l_{tpI}, l_{tpII}, lungimile segmentelor tăișului transversal l_{ttI}, l_{ttII}, l_{tc}, unghiurile de înclinare ale segmentelor ce formează tăișul transversal ψ_I, ψ_{II} și ψ față de tăișul principal, forma tăișului transversal, bătaia radială a tăișului transversal b_{rtt} și diferența Δh dintre vîrfurile principale ale burghiului măsurate pe direcția axială. Pentru măsurarea parametrilor sus menționați s-a folosit un aparat *2*, de tip Schropp [6], [7], perfecționat de autori prin introducerea unui sistem periscopic, care permite poziționarea, fotografierea și măsurarea caracteristicilor geometrice, un aparat special *3* pentru măsurarea lungimii tăișului principal și un aparat special *4* pentru măsurarea bătăii radiale a tăișului transversal. Precizia de măsurare a lungimilor a fost de 0,01 mm și a unghiurilor de 1′.

Tehnica măsurării lungimilor și unghiurilor este cea cunoscută, tehnica determinării datelor pentru ridicarea curbelor de detalonare fiind expusă în fig. 2 *d*: comparatorul *1*, avînd tija paralelă cu axa burghiului poziționat în aparatul de tip Schropp, fixată la o anumită rază r, reglat la zero pe tăișul principal, indică cota $i = z - z_t$ a unui punct generic al curbei de detalonare, aflat la o distanță egală cu arcul s corespunzător unghiului cu care tăișul principal a fost rotit față de vîrful tijei comparatorului. Desfășurarea curbei de intersecție dintre cilindrul *2* și fața de așezare, reprezentată în coordonatele (s, o, i) reprezintă curba de detalonare. În sistemul de cercetări efectuat de autori s-a studiat forma curbelor de detalonare pentru $r = 3$, 15, 14.

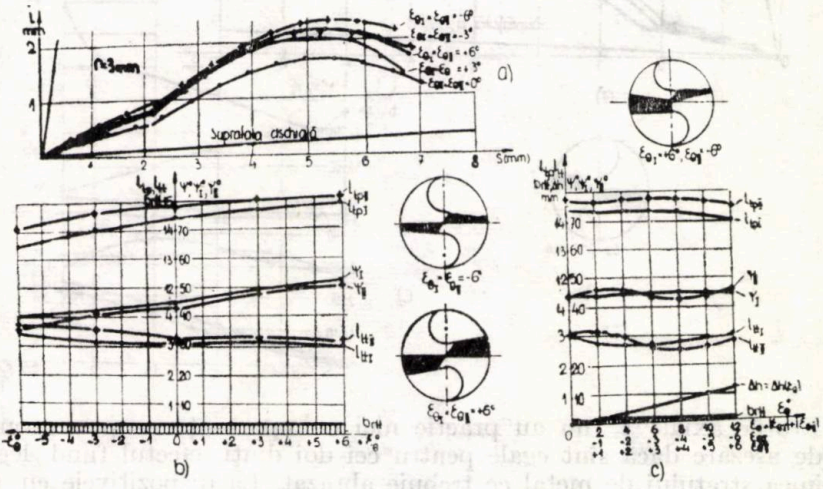


Fig. 3

Pentru studiul influenței erorilor de poziționare unghiulare ε_θ s-au executat ascuțiri simetrice cu $\varepsilon_\theta = -6° + 6°$ și ascuțiri asimetrice cu $\varepsilon_\theta = \pm 3°$, ascuțirea cu $\varepsilon_{\theta I} = \varepsilon^{\theta}{}_{II} = 0$ fiind considerată ascuțire de referință, corectă. Curbele de detalonare pentru $r = 3$ mm sînt prezentate în fig. 3 *a*, variația parametrilor geometrici ai feței de așezare pentru ascuțirea simetrică în fig. 3 *b*, iar pentru ascuțirea asimetrică în fig. 3 *c*. Din diagramele

din fig. 3 se pot face următoarele observații: curbele de detalonare își păstrează alura curbelor de referință, ca atare erorile de poziționare unghiulare nu duc la pierderea caracteristicilor de bază ale dintelui, curbele de detalonare neîntersectînd suprafața așchiată; se observă o scurtare a porțiunilor curbei de detalonare C_{a1} în zona tăișului atunci cînd ε_0 variază de la $-6°$ la $+6°$, gradiente optime de creștere a unghiului de așezare obținîndu-se la erori de poziționare unghiulare ε_0 pozitive (fig. 2 *b*, 2 *d*) cînd porțiunile C_{a1} cresc de la exterior la interior. Asemenea forme pot fi obținute dacă limitatotul tangențial al dispozitivului se reglează pentru obținerea ascuțirii de referință spre diametrele minime ale burghielor. În acest fel erorile de poziționare unghiulare se transformă în corecții de reglaj pozițional unghiular. Acest lucru este posibil avînd în vedere că ceilalți parametri geometrici ai feței de așezare, l_{tpI}, l_{tpII}, l_{ttI}, l_{ttII} nu se modifică esențial (fig. 3 *b*). Nici în cazul ascuțirilor asimetrice (fig. 2 *c*) aceste erori nu duc la modificări importante ale parametrilor geometrici studiați, cu excepția parametrului Δh care crește cu eroarea unghiulară ε_0.

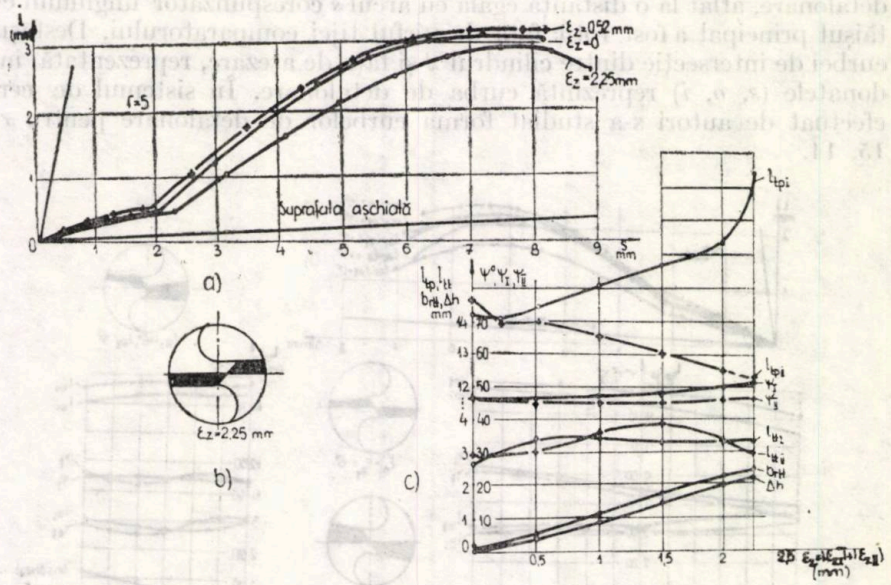


Fig. 4

Erorile axiale ε_z nu au practic nici o importanță asupra geometriei feței de așezare dacă sînt egale pentru cei doi dinți, efectul fiind legat de adîncimea stratului de metal ce trebuie abrazat. La dispozitivele cu mecanisme de divizare la 180°, corect executate, asemenea erori sînt neglijabile dacă strîngerea este suficientă. La dispozitivele cu întoarcerea manuală a burghiului la 180°, apariția erorilor de tip ε_z este posibilă datorită erorilor de poziționare a elementului axial. Erorile de acest gen nu duc la pierderea calităților așchietoare ale burghielor, așa cum rezultă din evoluția curbelor de detalonare, dar produc o variație puternică a parametrilor l_{tpI}, l_{tpII}, b_{rtt}, Δh (fig. 4 *c*) fețele de așezare căpătînd forma din fig. 4 *b*. Parametrii l_{tpI}, l_{tpII}, l_{ttI}, l_{ttII}, au o susceptibilitate redusă față de aceste erori.

Din cercetările efectuate rezultă că, în ansamblu, procedeul cilindro-eliptic prezintă o susceptibilitate extrem de scăzută față de abaterile poziționale studiate, deci o mare robustețe funcțională, orice conformație a feței de așezare din cele cercetate avînd calități aschietoare și de autocentrare, cu condiția ca ascuțirea să fie simetrică.

Pentru proiectarea, construcția și exploatarea dispozitivelor de prindere a burghielor rezultă următoarele concluzii cu caracter mai general:

a) elementele de poziționare, în special cele prismatice, trebuie să fie astfel dimensionate încît să asigure cele șase puncte materiale necesare și suficiente pentru ca axa burghiului să ocupe poziția prescrisă în cadrul procedeului;

b) prisma și elementul axial de reazem trebuie să fie foarte precis ghidate, astfel încît modificările de poziție ale burghiului datorită prinderii în dispozitiv să fie cît mai mici, în special cînd se trece la ascuțirea celui de al doilea dinte; mărimea erorilor de poziționare depinde și de modul de exploatare a dispozitivului; o formă optimă de exploatare necesită aplicarea unor forțe de reglare (prestrîngere) asupra prismelor, prin intermediul mecanismului de strîngere, executarea poziționării unghiulare, strîngerea definitivă și apoi reglarea limitatorului axial; în acest caz erorile de poziționare în dispozitiv vor fi minime.

Primită la 14 martie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Belous V., Pavel V., Gojinețchi N. și colab., *Mașină pentru ascuțit cuțite și burghie elicoidale.* Brevet RSR *55.209.*
2. Belous V., *Procedeu de ascuțire cilindro-eliptică dublă a burghielor elicoidale.* Dosar OSIM *64.876.*
3. Korsakov V. S., *Precizia prelucrării mecanice* (trad. din l. rusă), IDT, Buc., 1963.
4. Pahlitzsch C., Hellwig W., *Spanngenauigkeit von Dreibackenfetztern.* Maschinenbautechnik, 17, *10* (1965).
5. Caşler Gh., Belous V., Gojinețchi N. și colab., *Un nou tip de mașină pentru ascuțit burghie elicoidale prin procedeul cilindro-eliptic.* Bul. Inst. polit. Iași, XVII (XXI), *1—2*, s. IV (1971).
6. Dress H., *Die Hinterschliffwinkelgleichung für Spiralbohrer mit Kegelmantelanschliff und hieraus abzuleitende Forderungen für Schleifmaschinen mit grossem Schleifbereich,* Wiss. Zeitschrift der Technische Hochschule Dresden, *H 2*, 369—388 (1957/1958).

DER EINFLUSS VON EINSTELLFEHLER AUF DIE GEOMETRISCHEN KENNZEICHEN DER FREIFLÄCHE VON SPIRALBOHRERN MIT DOPPELTEM ELLIPSENZYLINDERMANTELANSCHLIFF

(Zusammenfassung)

Es werden die Ergebnisse von Untersuchungen über den Einfluss von Winkel- und Achseneinstellfehlern auf die geometrischen Kennzeichen der durch doppelten Ellipsenzyllindermantelanschliff erhaltenen Freiflächen bekanntgegeben und einige Schlussfolgerungen über den Bau, die Einstellung und die Verwendung der Klemmvorrichtungen für die Bohrer an für dieses Verfahren gebauten Maschinen gezogen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3—4, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9

STUDIUL PROCESELOR DE MIŞCARE PE GHIDAJELE DE ALUNECARE ALE MAŞINILOR-UNELTE

DE

GH. LUNGU şi D. ZETU

1. Introducere

Pierderea funcţionalităţii ghidajelor maşinilor-unelte este determinată în principal de uzura lor, care are urmare directă modificarea traiectoriei sculelor aşchietoare, micşorarea rigidităţii maşinii, mărirea erorilor dimensionale şi, în final, modificarea formei pieselor prelucrate. Pînă la scoaterea totală din funcţiune a maşinii-unelte datorită uzurii ghidajelor, aceasta pierde din calităţile ei de lucru prin deplasarea în salturi a subansamblelor mobile pe ghidajele de alunecare datorită unui număr mare de factori, ca : sarcina aplicată, calitatea suprafeţelor îmbinate, ungerea şi caracterul ei, stadiul uzurii, viteza de deplasare, materialul cuplei de alunecare şi forma suprafeţei ghidajelor [1].

Studiul mişcării subansamblelor mobile pe ghidajele de alunecare ale maşinilor-unelte, se efectuează pe instalaţii de laborator care permit modelarea fenomenelor şi studiul influenţei factorilor care intervin în timpul lucrului maşinii [2]...[6].

Modelarea matematică a proceselor de pe suprafeţele de alunecare este posibilă dacă se asociază instalaţiei experimentale un model mecanic echivalent, cum este cel din fig. 1.

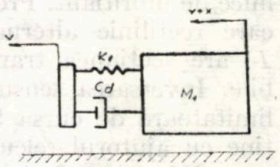


Fig. 1

Ecuaţia de mişcare va fi de forma :

$$M_1\ddot{x} + C_1\dot{x} + Kx = 0, \tag{1}$$

în care valoarea constantei C_1 este funcţie de valorile μ_s şi μ_c ale coeficienţilor de frecare static, respectiv cinetic.

Extinderea rezultatelor experimentale obţinute pe instalaţiile de laborator, la cazurile reale ale maşinilor-unelte, nu poate fi făcută întotdeauna deoarece încercările nu ţin seamă de influenţa diferită pe care o execută cei doi coeficienţi de frecare asupra procesului mişcării.

În realitate elementele mobile ale maşinilor-unelte execută mişcări rectilinii alternative, cu unele pauze la capetele de cursă, variabile ca durată în funcţie de caracterul proceselor tehnologice. Timpul de oprire conduce la modificarea aspectului contactului dintre suprafeţele de alunecare, ceea ce determină o modificare valorică a coeficientului de frecare la pornire (deci, a forţei de frecare de pornire) şi în mişcare.

Aprecierea calităţii şi a stabilităţii mişcării pe ghidajele de alunecare se poate face pe baza coeficientului de stickslip (alunecare în salturi), definit ca raportul dintre cei doi coeficienţi de frecare μ_s/μ_c. Dacă acest raport este subunitar atunci mişcarea este uniformă iar cupla de alunecare cu asemenea rezultate este optimă.

2. Instalația și rezultate experimentale

În laboratorul catedrei de Mașini-unelte și scule a fost construită o instalație experimentală prezentată în fig. 2, care permite încercarea unor ghidaje de dimensiuni egale cu cele întîlnite pe mașinile-unelte, cu realizarea unei game largi de viteze de alunecare concomitent cu introducerea unor timpi de oprire variabili ca durată la capetele de cursă. În afara ghidajelor de dimensiuni mari, mai pot fi supuse experimentului un număr de 20 de perechi de alunecare simultan, cu dimensiunile de 60×20 mm.

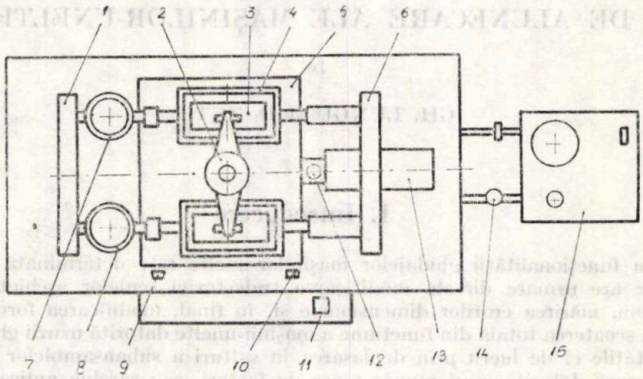


Fig. 2

Probele superioare *3* se fixează în cadrele *4* cu ajutorul unor bile existînd posibilitatea deplasărilor în plan vertical la apariția penei hidrodinamice de lubrifiant. Probele inferioare se fixează pe sania *5*, antrenată în mișcare rectilinie alternativă de către un piston-cilindru, *12—13*. Cilindrul *13* are secțiunea transversală mare, în scopul realizării unei deplasări stabile. Inversarea sensului de mișcare se realizează prin intermediul a două limitatoare de cursă *9* și *10*, iar temporizarea la capetele de cursă se obține cu ajutorul releului de timp *11*.

Măsurarea forțelor de frecare și variația acestora în timp se realizează cu ajutorul unor mărci tensometrice montate pe inelele dinamometrice *7* și *8*. Forța normală, variabilă ca mărime, se aplică prin dispozitivul *2*. Acționarea saniei este asigurată de către grupul de pompare *15*, iar modificarea valorilor vitezei de deplasare se realizează prin intermediul droselului *14*, montat pe conducta de evacuare în scopul asigurării unei stabilități sporite sistemului.

Au fost efectuate încercări experimentale pe materialele de bază utilizate în construcția ghidajelor mașinilor-unelte, și anume: din clasa fontelor cenușii, STAS 568—61, au fost luate în considerație materialele din tabelul 1. Din clasa oțelurilor s-a utilizat oțelul OLC 20, STAS 880—60, iar din clasa materialelor plastice, politetrafluoretilena (PTFE).

Prelucrarea cuplurilor de alunecare s-a realizat prin rectificare cu periferia discului; ungerea probelor s-a făcut cu ulei mineral cu vîscozitatea medie de 3°E la 50°C.

Tabelul 1

Materialul	Caracteristici mecanice	
	σ_t kgf/mm²	Duritate HB
Fc 35	52	197—248
Fc 25	40	170—241
Fc 20	32	163—229

Înaintea încercărilor, probele au fost curățate cu tetraclorură de carbon în vederea înlăturării oricăror impurități care ar putea modifica rezultatul încercărilor experimentale. Probele au fost păstrate la o temperatură constantă de 18°C, temperatură care a fost menținută și în timpul încercărilor.

În fig. 3 sînt prezentate rezultatele privind variația coeficientului de frecare la pornire pentru diverse valori ale duratei contactului dintre probe. Cuplele de alunecare sînt formate din fontă pe oțel, cu o apăsare normală de 10 daN/cm².

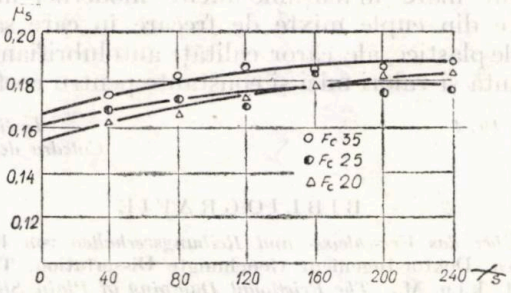


Fig. 3

După parcurgerea unui drum de alunecare de 4 km și reluarea experiențelor se constată că se produc modificări importante ale valorilor coeficienților de frecare. Această creștere se explică prin aceea că, după o perioadă de rodaj, se îmbunătățește calitatea suprafețelor în contact, prin aplatizarea denivelărilor, ajungîndu-se la o suprafață efectivă de contact de cîteva ori mai mare. În această situație, la o valoare mare a timpului de staționare la capete de cursă, uleiul de ungere este expulzat, ajungîndu-se la contactul metal-metal ale căror molecule se interpătrund și, de aici, creșterea coeficientului de frecare static (de pornire), fig. 4.

Utilizarea politetrafluoretilenei ca partener de alunecare pe o suprafață de oțel, prelucrată prin rectificare, conduce la obținerea unor rezultate deosebit de favorabile în privința păstrării unei singure valori, și aceea foarte scăzută, pentru coeficientul de frecare. Graficul din fig. 5 nu permite sesizarea unor diferențe între valorile coeficientului de frecare cu variația duratei de contact.

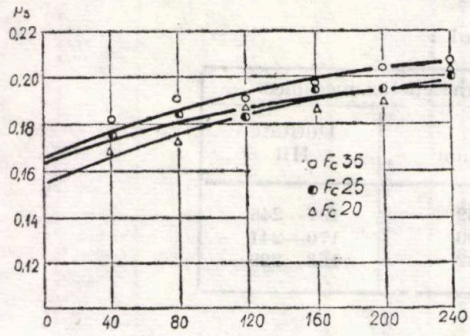


Fig. 4

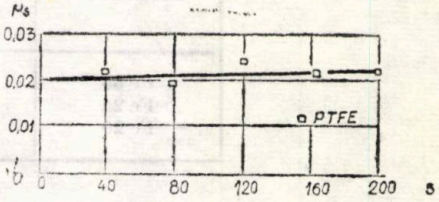


Fig. 5

3. Concluzii

a) Existenţa variaţiei de valori pentru coeficienţii de frecare în cazul ghidajelor de alunecare, formate din cuple metal-metal, nu permite acestora să fie folosite cu rezultate optime în construcţia maşinilor-unelte cu comandă numerică care reclamă o perfectă uniformitate a mişcărilor.

b) Simplitatea constructivă a ghidajelor de alunecare le face să fie folosite în procent mare în maşinile-unelte moderne, însă este necesar ca ele să fie formate din cuple mixte de frecare în care să fie incluse obligatoriu materialele plastice, ale căror calităţi autolubrifiante sînt bine cunoscute, şi care prezintă şi valori mici şi constante pentru coeficienţii de frecare.

Primită la 15 martie 1974

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini-unelte şi scule

BIBLIOGRAFIE

1. Domrös D., *Über das Verschleiss- und Reibungsverhalten von Werkzeugmaschinen-Gleiführungen.* Doktor-Ingenieur Genehmigte Dissertation, T. H. Aachen, 1966.
2. Bell R., Burdekin M., *The Frictional Damping of Plain Slidewais for Small Fluctuations of the Velociti of Sliding.* Adv. in Mach. Tool. Des. and Res., 1 107—1 125 (1967).
3. Pavelescu D., Dimitrov B., *Cu privire la stadiul actual al cercetărilor asupra mişcării sacadate.* SCMA, **29**, *2*, 501—512 (1970).
4. Branko G., *Experimentelle Untersuchung der ungleichförmigen langsamen Bewegung.* Schweizer Maschinenmarkt, **15**, 84—91 (1970).
5. Arz G., *Az akadozö csúszás (stick-slip) elméleti öszefüggései.* Gép, *18*, 464—470 (1966).
6. Shinobu K., Matsubaiashi T., *On the Dynamic Behavior of Machine Tool Slideway.* Bull. of the JSME, **55**, 171—179 180—188 (1970).

ÉTUDE DES PROCESSUS DE MOUVEMENT SUR LES GLISSIÈRES DES MACHINES-OUTILS

(Résumé)

Le travail met en évidence les facteurs qui influencent l'uniformité du déplacement des éléments mobiles sur les glissières.

On présent une installation expérimentale pour l'étude complexe des paramètres du mouvement sur les guidages.

Sont présentés des résultats concernant l'influence du temps de contact entre les surfaces sur les coeficients de frottement au moment du démarrage.

1975 SFP 1 9

40866